

Existência de equilíbrio geral em economias com informação diferenciada e entrega incerta

João Correia-da-Silva

CEF.UP e Faculdade de Economia, Universidade do Porto.

Provas de Agregação em Economia

5 de Julho de 2013

- 1 Introdução
- 2 Modelo de Arrow & Debreu (1954)
- 3 Modelo de Radner (1968)
- 4 Contratos de entrega incerta
- 5 Expectativas acerca das entregas
- 6 Modelo com trocas *ex ante* e *ex post*
- 7 Conclusões

- 1 **Introdução**
- 2 Modelo de Arrow & Debreu (1954)
- 3 Modelo de Radner (1968)
- 4 Contratos de entrega incerta
- 5 Expectativas acerca das entregas
- 6 Modelo com trocas *ex ante* e *ex post*
- 7 Conclusões

A teoria do equilíbrio geral tem como objetivo caracterizar uma economia de mercado tendo em conta que **todos os mercados estão interligados**.

Um **equilíbrio geral** de uma economia é uma situação na qual:

- cada agente, tomando os preços vigentes como um dado, escolhe o cabaz pelo qual pretende trocar os seus recursos iniciais;
- em termos agregados, a quantidade oferecida de cada bem é igual à respetiva quantidade procurada.

Vilfredo Pareto (1894) e Kenneth J. Arrow (1951) mostraram que um equilíbrio geral é uma situação **eficiente** e vice-versa.

Arrow & Gérard Debreu (1954) e Lionel McKenzie (1954) demonstraram a **existência** de um equilíbrio geral.

Uma das limitações da teoria do equilíbrio geral é a dificuldade de lidar com a existência de **assimetrias de informação** entre os agentes.

Não existe um modelo consensual, apesar das contribuições seminais de:

Roy Radner (1968, 1979),

Edward C. Prescott & Robert M. Townsend (1984a, 1984b),

Douglas Gale (1992, 1996),

Alberto Bisin & Piero Gottardi (1999).

Um obstáculo de monta é o facto de por *assimetria de informação* se poderem entender diversos contextos.

É relevante o momento em que a informação é recebida (antes ou depois das trocas) e em que consiste (*conhecimento* ou *prova*).

Abordarei dois tipos de economias nas quais a assimetria de informação é do tipo **prova** e surge na fase **pós-contratual**:

- economias com trocas exclusivamente *ex ante*;
- economias com trocas *ex ante* e *ex post*.

O tratamento baseia-se no modelo proposto por Radner (1968), que está na origem de uma extensa literatura, revista na obra editada por Dionysius Glycopantis & Nicholas C. Yannelis (2005).

Começarei por mostrar que o modelo de Radner (1968) não é totalmente satisfatório, para depois apresentar o modelo e as principais conclusões de João Correia-da-Silva & Carlos Hervés-Beloso (2008, 2009, 2012, 2013).

- 1 Introdução
- 2 Modelo de Arrow & Debreu (1954)**
- 3 Modelo de Radner (1968)
- 4 Contratos de entrega incerta
- 5 Expectativas acerca das entregas
- 6 Modelo com trocas *ex ante* e *ex post*
- 7 Conclusões

No **modelo base** da teoria do equilíbrio geral, uma economia define-se como um conjunto de agentes económicos, $\mathcal{I} \equiv \{1, \dots, I\}$, cada um com os seus recursos iniciais, $e_i \in \mathbb{R}_+^L$, e as suas preferências, $U_i : \mathbb{R}_+^L \rightarrow \mathbb{R}$.

O problema individual do agente $i \in \mathcal{I}$ é o de escolher o cabaz, $x_i \in \mathbb{R}_+^L$, que maximiza a sua utilidade, satisfazendo a sua restrição orçamental:

$$\max_{x_i} \{U_i(x_i)\} \quad \text{s.t.} \quad p \cdot x_i \leq p \cdot e_i.$$

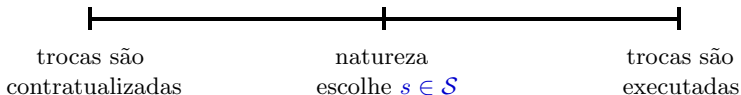
Um **equilíbrio geral** da economia é uma situação na qual o sistema de preços, $p \in \Delta^L$, e a alocação, $x^* \equiv \{x_i\}_{i \in \mathcal{I}}$, satisfazem:

- $x_i^* \in \operatorname{argmax}_{z_i} \{U_i(z_i)\} \quad \text{s.t.} \quad p^* \cdot z_i \leq p^* \cdot e_i;$
- $\sum_{i \in \mathcal{I}} x_i^* \leq \sum_{i \in \mathcal{I}} e_i.$

Na presença de **incerteza**, os recursos e as preferências de cada agente dependem do estado da natureza, $s \in \mathcal{S} \equiv \{1, \dots, S\}$, que ocorrer.

Sob incerteza, os agentes trocam os seus recursos contingentes, $e_i \in \mathbb{R}_+^{SL}$, por um *plano de consumo*, $x_i \in \mathbb{R}_+^{SL}$, que especifica o cabaz que receberão para consumo em cada um dos possíveis estados da natureza.

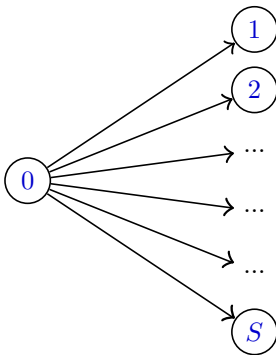
Posteriormente, perante a ocorrência de um estado da natureza, as trocas contratualizadas para esse estado são executadas.



natureza escolhe
estado $s \in \mathcal{S}$

trocas são
contratualizadas

cada agente
escolhe $x_i \in \mathbb{R}_+^{SL}$



agentes recebem
recursos $e_i(s) \in \mathbb{R}_+^L$

trocas são
executadas

agentes consomem
 $x_i(s) \in \mathbb{R}_+^L$

Cada agente, $i \in \mathcal{I}$, procura maximizar a sua utilidade, $U_i : \mathbb{R}_+^{SL} \rightarrow \mathbb{R}$, estando constrangido pela sua restrição orçamental, $p \cdot x_i \leq p \cdot e_i$.

Um **equilíbrio geral sob incerteza** é uma situação na qual o sistema de preços, $p \in \Delta^{SL}$, e a alocação, $x^* \equiv \{x_i\}_{i \in \mathcal{I}}$, satisfazem:

- $x_i^* \in \operatorname{argmax}_{z_i} \{U_i(z_i)\}$ s.t. $p^* \cdot z_i \leq p^* \cdot e_i$;
- $\sum_{i \in \mathcal{I}} x_i^* \leq \sum_{i \in \mathcal{I}} e_i$.

Relativamente ao modelo base, **apenas se altera o número de bens!**

Para incluir incerteza no modelo de equilíbrio geral, basta distinguir os bens pelo estado da natureza em que são disponibilizados.

- 1 Introdução
- 2 Modelo de Arrow & Debreu (1954)
- 3 Modelo de Radner (1968)**
- 4 Contratos de entrega incerta
- 5 Expectativas acerca das entregas
- 6 Modelo com trocas *ex ante* e *ex post*
- 7 Conclusões

No modelo de Radner (1968), cada agente tem **informação privada**, que consiste numa partição do conjunto de possíveis estados da natureza.

No momento em que escolhem os seus planos de consumo, os agentes não têm informação privada acerca do estado da natureza.

Após a fase contratual, cada agente passa a saber qual é o elemento da sua partição que contém o verdadeiro estado da natureza.





estrutura de
informação, P_i



estado da
natureza, s



informação
recebida, $P_i(s)$



trocas são
executadas

trocas são
contratualizadas

natureza
escolhe $s \in \mathcal{S}$

agentes recebem
informação

Segundo Radner (1968), a incompletude da informação privada implica uma **restrição** das possibilidades de escolha.

Se um agente não distingue dois estados da natureza, tem necessariamente de efetuar a mesma ação nesses dois estados.

Deve, portanto, adquirir o mesmo cabaz para entrega em estados que não consegue distinguir com base na sua informação privada.

O problema individual do agente $i \in \mathcal{I}$ passa a ser o seguinte:

$$\max_{x_i} \{U_i(x_i)\} \quad \text{s.t.} \quad p \cdot x_i \leq p \cdot e_i$$

$$x_i(t) = x_i(s), \quad \forall t \in P_i(s), s \in \mathcal{S}.$$

- 1 Introdução
- 2 Modelo de Arrow & Debreu (1954)
- 3 Modelo de Radner (1968)
- 4 Contratos de entrega incerta**
- 5 Expectativas acerca das entregas
- 6 Modelo com trocas *ex ante* e *ex post*
- 7 Conclusões

Suponhamos que um pescador e um caçador se encontram para realizar trocas antes de irem pescar e caçar, respetivamente.

Os recursos do pescador serão 2 atuns ou 2 bacalhaus, dependendo do estado da natureza. Os recursos do caçador serão 4 coelhos ou 6 perdizes.

Cada agente apenas receberá informação acerca dos seus recursos.

Segundo Radner (1968), como o pescador não distingue o estado em que o caçador tem coelhos daquele em que tem perdizes, terá de consumir o mesmo nos dois estados. Logo, não pode consumir coelho nem perdiz.

A restrição de Radner (1968) impede que os agentes realizem trocas. Nem o pescador poderá consumir carne, nem o caçador poderá consumir peixe.

Perante esta conclusão algo paradoxal, propusemos a noção de *contratos de entrega incerta* e a sua introdução no modelo de equilíbrio geral.

Um contrato de entrega incerta, em vez de estabelecer qual o cabaz que o agente irá receber em cada estado da natureza, estabelece a lista dos cabazes que o agente aceitará receber em cada estado da natureza.

Troca possível (no exemplo anterior):

- o pescador aceita receber 2 coelhos ou 3 perdizes;
- o caçador aceita receber 1 atum ou 1 bacalhau.

Cada agente, $i \in \mathcal{I}$, passa a escolher um plano de listas, \tilde{x}_i , que especifica a lista dos cabazes que aceita receber em cada estado da natureza.

A restrição informacional passa a impor que cada agente escolha a **mesma lista de cabazes para entrega em estados da natureza que não distingue.**

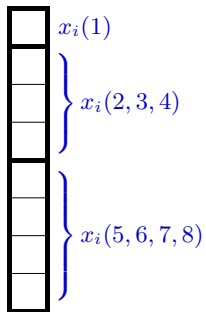
Isso não implica que lhe seja entregue o mesmo cabaz. Esta restrição informacional é, portanto, mais fraca do que a de Radner (1968).

Em suma, em economias com entrega incerta:

- na fase contratual, cada agente escolhe um plano de listas de cabazes, oferecendo em troca os seus recursos iniciais;
- na fase pós-contratual, cada agente recebe a sua informação, que utiliza para exigir a entrega de um dos cabazes da lista que adquiriu para entrega no conjunto de estados da natureza correspondente.

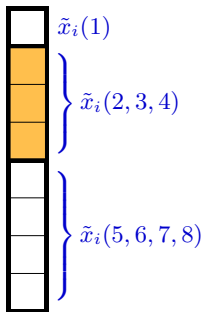
Radner (1968)

contratos/entregas

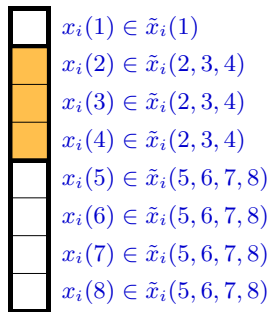


Entrega Incerta

contratos



entregas



Ao incorporar contratos de entrega incerta no modelo de equilíbrio geral, surgem as seguintes questões:

- Qual dos cabazes de uma lista é entregue ao agente?
- Como se relaciona o preço de uma lista de cabazes com os preços dos cabazes que a compõem?

Para lhes dar resposta, vamos supor que os agentes fazem contratos com intermediários que maximizam lucros, e que existe concorrência perfeita entre intermediários.

Tendo que entregar um cabaz de uma lista, o intermediário entregará o **cabaz mais barato** dessa lista.

O agente $i \in \mathcal{I}$ receberá, no estado da natureza $s \in \mathcal{S}$, o cabaz da lista $\tilde{x}_i(s)$ que é mais barato nesse estado:

$$x_i(s) \in \underset{z_i(t)}{\operatorname{argmin}} \{p(s) \cdot z_i(t)\} \quad \text{s.t.} \quad z_i(t) \in \tilde{x}_i(s).$$

Em resultado da concorrência perfeita entre intermediários, o preço de uma lista para entrega no estado $s \in \mathcal{S}$ coincide com o preço do cabaz que será efetivamente entregue (o cabaz mais barato):

$$\mathbf{p}[\tilde{x}_i(s)] = \min_{z_i(t)} \{p(s) \cdot z_i(t)\} \quad \text{s.t.} \quad z_i(t) \in \tilde{x}_i(s).$$

- 1 Introdução
- 2 Modelo de Arrow & Debreu (1954)
- 3 Modelo de Radner (1968)
- 4 Contratos de entrega incerta
- 5 Expectativas acerca das entregas**
- 6 Modelo com trocas *ex ante* e *ex post*
- 7 Conclusões

Numa primeira abordagem (ET 2009), assumimos **expectativas prudentes**: os agentes esperam receber o cabaz que lhes proporciona menor utilidade entre aqueles que pertencem à lista que adquiriram.

Neste caso, a inclusão de informação diferenciada no modelo de equilíbrio geral apenas implica uma transformação das preferências dos agentes, que preserva a continuidade, concavidade e não-saciação.

O edifício da teoria do equilíbrio geral permanece, no essencial, intacto:

- existe pelo menos um equilíbrio;
- qualquer equilíbrio é eficiente (dadas as expectativas);
- ...

Num segundo trabalho (JME 2008), consideramos um processo de formação de expectativas mais geral (**expectativas subjetivas**).

Assumimos que: a probabilidade que um agente atribui a receber um dado plano de cabazes depende também dos preços vigentes.

As hipóteses que impusemos relativamente à formação destas expectativas preservam a continuidade, a convexidade e a não-saciação das preferências.

Mantém-se aplicáveis as técnicas habituais da teoria do equilíbrio geral.

É apenas necessário lidar com a dificuldade adicional de as preferências serem dependentes dos preços.

Finalmente (ET 2012), considerámos **expectativas racionais**: os agentes esperam receber o cabaz mais barato entre aqueles que pertencem à lista que adquiriram (esse é o cabaz que, de facto, será entregue).

A demonstração de que existe equilíbrio requer uma estratégia original.

Para garantir a existência de equilíbrio, assumimos que cada estado da natureza é perfeitamente observado por algum agente.

Sem essa hipótese adicional, pode ocorrer a seguinte situação:

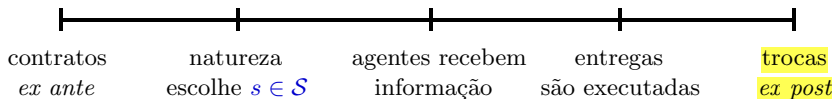
- se o preço para entrega nesse estado da natureza for estritamente positivo, a procura é inferior à oferta;
- se o preço for nulo, a procura é infinita.

- 1 Introdução
- 2 Modelo de Arrow & Debreu (1954)
- 3 Modelo de Radner (1968)
- 4 Contratos de entrega incerta
- 5 Expectativas acerca das entregas
- 6 Modelo com trocas *ex ante* e *ex post***
- 7 Conclusões

Num equilíbrio com expectativas prudentes, os agentes não pretendariam realizar trocas adicionais depois de receberem os seus cabazes, dado que a alocação $x^*(s) = \{x_i^*(s)\}_{i \in \mathcal{I}}$ é *ex post* eficiente, $\forall s \in \mathcal{S}$.

Porém, se as expectativas forem subjetivas ou racionais, a reabertura dos mercados após a execução das entregas originaria novas trocas.

É importante, portanto, compreender o que acontece se forem permitidas trocas na fase *ex post*.



Consideremos, então, uma economia com trocas *ex ante* e *ex post* na qual os agentes têm expectativas racionais.

Um agente racional consegue antecipar o cabaz que irá ao receber em cada estado da natureza. Portanto, podemos ver a **escolha de uma lista como a escolha do plano de cabazes que irá efetivamente receber.**

A incompletude da sua informação implica que, em cada estado, **o cabaz que recebe não pode ser mais caro do que os cabazes que deveria receber nos estados que não distingue do estado que ocorreu.**

Um plano de cabazes, x_i , será entregue (de forma verdadeira) se e só se:

$$x_i \in D_i(p) = \left\{ z_i \in \mathbb{R}^{SL} : p^s \cdot z_i^s \leq p^s \cdot z_i^t, \forall t \in P_i(s), \forall s \in \mathcal{S} \right\}.$$

Na fase *ex post*, tendo ocorrido o estado $s \in \mathcal{S}$, o agente $i \in \mathcal{I}$ troca o cabaz que recebeu, $x_i(s)$, pelo seu cabaz de consumo, $c_i(s)$.

A sua restrição orçamental (no estado $s \in \mathcal{S}$) é dada por:

$$c_i \in B_i(p, y_i) = \{z \in \mathbb{R}^{SL} : p^s \cdot z_i^s \leq p^s \cdot x_i^s, \forall s \in \mathcal{S}\}.$$

As **trocas *ex ante*** permitem a cada agente transferir riqueza entre os diferentes estados da natureza.

As **trocas *ex post*** permitem a cada agente utilizar a riqueza de que dispõe no estado da natureza que ocorreu para adquirir o cabaz de bens que prefere consumir nesse estado.

As restrições informacionais são relevantes se e só se implicarem **restrições das transferências de riqueza** que os agentes podem realizar.

Assumindo que o número de estados não é superior ao número de bens:

- se os preços nos diferentes estados da natureza forem linearmente independentes, a incompletude da informação privada não restringe as possibilidades de transferência de riqueza;
- os preços de equilíbrio nos diferentes estados são (genericamente) linearmente independentes.

Logo, **a informação privada é irrelevante!**

- 1 Introdução
- 2 Modelo de Arrow & Debreu (1954)
- 3 Modelo de Radner (1968)
- 4 Contratos de entrega incerta
- 5 Expectativas acerca das entregas
- 6 Modelo com trocas *ex ante* e *ex post*
- 7 Conclusões**

A incorporação de contratos de entrega incerta permite obter um modelo que tem vantagens relativamente ao modelo de Radner (1968) para o estudo de economias com informação diferenciada pós-contratual.

Se os agentes tiverem expectativas prudentes, o equilíbrio existe e é eficiente *ex post*.

Se a informação dos agentes refletir a incompletude da capacidade de provar a ocorrência de eventos, devem considerar-se expectativas racionais. Pode não existir equilíbrio e, se existir, pode não ser eficiente *ex post*.

Nesse caso, deve permitir-se que os agentes realizem trocas *ex post*.

Tendo os agentes a possibilidade de efetuar trocas *ex ante* e *ex post*, se o número de estados da natureza não for superior ao número de bens transacionados, a estrutura informacional da economia é irrelevante.

Este resultado é apenas “genérico”. Existem exemplos (não robustos) de economias nas quais a existência de informação diferenciada leva a que:

- não exista equilíbrio;
- existam equilíbrios adicionais, não eficientes.

O estudo do caso em que existem mais estados da natureza do que bens transacionados permanece em aberto.