

Existência de equilíbrio geral em economias com informação diferenciada e entrega incerta

João Correia-da-Silva

CEF.UP e Faculdade de Economia, Universidade do Porto.

25 de outubro de 2012

Sumário. Estuda-se o problema da existência de equilíbrio económico geral em economias com informação diferenciada e entrega incerta.

Palavras-chave: Equilíbrio geral, Informação diferenciada, Verificação privada, Entrega incerta.

Códigos JEL: C62, C72, D51, D82.

Os resultados da investigação aqui descrita foram publicados em co-autoria com o Professor Carlos Hervés-Beloso, a quem manifesto a maior gratidão. O conjunto de pessoas que, ao longo dos anos, foram contribuindo para o desenvolvimento desta investigação com as suas sugestões e comentários é demasiado grande para ser listado aqui, podendo ser consultado nos agradecimentos da minha tese de doutoramento e dos quatro artigos de base para esta lição. Agradeço à Joana Pinho pelos comentários e sugestões que fez a uma versão preliminar desta lição.

1 Introdução

A teoria do equilíbrio económico geral tem como objetivo caracterizar o comportamento de uma economia de mercado tendo em conta o facto de que todos os mercados estão, em maior ou menor medida, interligados. Contrasta, neste sentido, com a análise de equilíbrio parcial, na qual cada mercado é estudado exclusivamente com base na oferta e procura de bens transacionados nesse mercado.

As bases desta teoria foram lançadas no século XIX por León Walras (1874), que investigou uma hipotética situação na qual os agentes económicos escolhem as quantidades de bens que pretendem comprar ou vender em cada mercado e se verifica um equilíbrio entre a oferta e a procura agregada em todos os mercados. Mas só em meados do século XX é que a existência e optimalidade de uma tal situação, apropriadamente designada por equilíbrio económico geral, foi demonstrada de uma forma matematicamente rigorosa por Kenneth Arrow e Gérard Debreu (1954) e por Lionel McKenzie (1954).

Desde então, este corpo teórico teve uma enorme influência no desenvolvimento da ciência económica e do pensamento económico. Para isso contribuiu o facto de a teoria do equilíbrio económico geral nos fornecer um conjunto de condições que devem ser satisfeitas para que o funcionamento de uma economia de mercado seja tendencialmente eficiente no sentido de Pareto.¹

Uma das limitações da teoria do equilíbrio geral, que tem resistido ao longo dos anos, é a incapacidade de ter em conta a existência de assimetrias de informação entre os agentes. Apesar de algumas contribuições seminais terem originado linhas de investigação que se revelaram frutíferas, não existe ainda um modelo canónico que incorpore a existência de assimetrias de informação na teoria do equilíbrio geral de uma forma consensualmente aceite como apropriada.

O facto de por *assimetria de informação* se poderem entender múltiplos contextos

¹A eficiência no sentido de Pareto significa que não é possível melhorar o bem-estar de um agente sem piorar o bem-estar de pelo menos um outro agente.

económicos é um obstáculo de monta. É mais crível que se consigam avanços em contextos particulares do que se possa criar um modelo capaz de incorporar todos os diferentes tipos de economias com assimetrias de informação. Assim sendo, é útil esclarecer exatamente em que consiste a assimetria de informação cujos efeitos económicos se pretende estudar numa dada investigação.

Nesse sentido, é particularmente esclarecedora a tradicional separação entre trocas *ex ante* e trocas *ex post*, conforme as trocas se efetuam antes ou depois da realização dos eventos acerca dos quais os agentes económicos estão ou estarão assimetricamente informados. Equivalentemente, distingue-se assimetria de informação pré-contratual de assimetria de informação pós-contratual. A presente lição é dedicada ao estudo de economias nas quais os agentes têm a possibilidade de fazer trocas *ex ante*, ou seja, o caso em que a assimetria de informação é pós-contratual. Começaremos por tratar o caso em que as trocas são exclusivamente *ex ante*, para depois passarmos ao caso em que, além de trocas *ex ante*, existe também a possibilidade de efetuar trocas *ex post*.

Apesar de não existir um modelo canónico de equilíbrio geral com informação pós-contratual diferenciada, aquele que mais se aproxima desse estatuto foi proposto por Roy Radner (1968). Este modelo seminal está na base de uma enorme e importante literatura, revisitada no volume editado por Dionysius Glycopantis e Nicholas Yannelis (2005). Porém, não é considerado como sendo totalmente satisfatório por uma razão que tentarei explicar em seguida e que motivou a investigação que é descrita nesta lição.²

Para compreender o modelo de Radner (1968), é necessário conhecer primeiro o modelo base da teoria do equilíbrio económico geral e a sua extensão ao caso em que as trocas são efetuadas na presença de incerteza. A exposição mais cuidada e detalhada é a de Debreu (1959, capítulo 7).

Na versão base do modelo de equilíbrio geral, uma economia é definida de forma completa pelo conjunto de agentes económicos, caracterizados pelos seus recursos iniciais e

²Existe uma outra crítica, apresentada por Rafael Repullo (1985), que se baseia na análise dos incentivos para a reabertura dos mercados.

pelas suas preferências. Um equilíbrio geral da economia é uma situação na qual: (i) cada agente, tomando os preços dos bens como um dado, escolhe de forma ótima o cabaz pelo qual pretende trocar os seus recursos iniciais; (ii) em termos agregados, a quantidade oferecida de cada bem é igual à respetiva quantidade procurada.³

Na presença de incerteza, os agentes desconhecem quais serão os seus recursos iniciais e quais serão as suas preferências. Conhecem apenas a probabilidade de ocorrência de cada um dos possíveis estados da natureza, dependendo os seus recursos iniciais e as suas preferências do estado da natureza que vier a ocorrer.⁴ Existe, neste contexto, um motivo adicional para os agentes efetuarem trocas: partilhar o risco associado à incerteza que enfrentam. Graças a um engenhoso artifício concebido por Kenneth Arrow (1953), o modelo de equilíbrio geral pode ser reinterpretado de forma a abranger esta situação.

A reinterpretação baseia-se na noção de *bens contingentes* à ocorrência de um determinado estado da natureza. Estes definem-se não só pelas suas características intrínsecas mas também pelo estado da natureza em que são disponibilizados. Por exemplo, um guarda-chuva quando está a chover e um guarda-chuva quando está sol são tratados como dois bens (contingentes) totalmente diferentes. Assim, o número de bens contingentes que são transacionados na economia é igual ao produto do número de bens pelo número de possíveis estados da natureza.

Sob incerteza, os agentes não escolhem apenas um cabaz de consumo. O que escolhem é um *plano de consumo*, que especifica qual o cabaz que lhes será disponibilizado em cada estado da natureza. Numa situação de equilíbrio geral sob incerteza: (i) dados os preços dos bens contingentes, cada agente troca os seus recursos iniciais contingentes pelo plano de consumo que prefere entre aqueles que satisfazem a sua restrição orçamental; (ii) em

³Sabemos que uma situação de equilíbrio geral é ótima no sentido de Pareto, isto é, que não existe uma alternativa factível que seja preferida por todos os agentes (primeiro teorema do bem-estar). Também sabemos que, dada uma qualquer situação ótima no sentido de Pareto, existe uma redistribuição dos recursos iniciais que leva a que essa situação seja um equilíbrio geral da economia (segundo teorema do bem-estar).

⁴Por *estado da natureza* entende-se uma realização do conjunto de variáveis exógenas aleatórias que têm impacto na economia, isto é, que determinam os recursos iniciais e as preferências dos agentes que a compõem. As trocas realizam-se sob incerteza sempre que existir mais do que um possível estado da natureza.

termos agregados, a quantidade oferecida de cada bem contingente é igual à respetiva quantidade procurada.

A execução destes contratos contingentes requer que a ocorrência do estado da natureza seja verificada publicamente. Perante o anúncio público do estado da natureza, as trocas que foram contratualizadas para esse estado são efetuadas. Cada agente entrega os recursos iniciais de que dispõe nesse estado e recebe o cabaz que adquiriu para consumo nesse estado.

Passemos então ao modelo de equilíbrio geral com informação diferenciada que foi proposto por Radner (1968). Neste modelo, cada agente económico dispõe de uma estrutura de informação privada, totalmente exógena, que consiste numa partição do conjunto de possíveis estados da natureza. No momento em que as trocas são efetuadas, cada agente conhece a sua estrutura de informação, mas não sabe ainda em qual dos elementos da sua partição é que estará contido o estado da natureza. Após a realização do estado da natureza, cada agente é informado acerca de qual é o elemento da sua partição que contém o verdadeiro estado da natureza.

Segundo Radner (1968), o efeito da informação privada, ou, mais precisamente, da sua incompletude, consiste numa restrição das possibilidades de escolha. Cada agente deve escolher um plano de consumo satisfaça uma restrição informacional: em estados da natureza que o agente não consiga distinguir exclusivamente com base na sua informação privada, deve consumir o mesmo cabaz.

Esta restrição (que irei criticar por ser demasiado restritiva) é frequentemente justificada com base na ideia de que se um agente consumisse cabazes diferentes em dois estados da natureza, então imediatamente os distinguiria. Como o agente não distingue dois estados da natureza, então não pode consumir cabazes diferentes em cada um deles. Segundo esta interpretação do modelo, o sistema de mercado é impedido de entregar a um agente cabazes diferentes em estados que o agente não distingue porque, nesse caso, estaria a fornecer informação adicional ao agente.⁵

⁵O mercado fica, assim, impedido de efetuar aquela que, segundo Friedrich Hayek (1945), é uma das suas principais funções: a agregação e transmissão de informação.

A justificação fornecida por Radner (1968) é de natureza semelhante. Se um agente não distingue dois estados da natureza, efetua necessariamente a mesma ação nesses dois estados. Não pode condicionar a sua ação a informação de que não dispõe. Como consumir é uma ação, o agente tem necessariamente de consumir o mesmo em estados que não distingue. Aparentemente em concordância com a teoria de jogos com informação incompleta, este raciocínio implica que a interação no mercado não pode proporcionar ao agente nova informação para além daquela que lhe é exogenamente proporcionada pela sua estrutura de informação privada.

Na minha tese de doutoramento em economia (João Correia-da-Silva, 2005), sob a orientação de Carlos Hervés-Beloso, questionámos este modelo. O exemplo provocador no qual se baseou a crítica foi semelhante àquele que irei expor em seguida.

Consideremos uma economia com dois agentes: um pescador e um caçador; que se encontram para realizar trocas contingentes antes de irem, respetivamente, pescar e caçar. Os recursos que o pescador terá ao seu dispor dependem do estado da natureza, podendo ser 2 atuns ou 2 bacalhau. Também os recursos do caçador dependerão do estado da natureza, podendo ser 2 coelhos ou 2 perdizes. Existem, assim, 4 possíveis estados da natureza (correspondentes a cada uma das combinações possíveis de recursos iniciais dos agentes).

Suponhamos que cada agente sabe que só será informado acerca dos seus recursos.⁶ Nesse caso, de acordo com o modelo de Radner (1968), o consumo do pescador só pode depender dos seus recursos. Se consumisse coelho ou perdiz, seria informado acerca do estado da natureza. De outra forma, como não distingue o estado em que o caçador caça coelhos do estado em que caça perdizes, deve consumir o mesmo nos dois estados (o que implica que não pode consumir coelho nem perdiz). Concluimos que, segundo o modelo de Radner (1968), os agentes não podem efetuar trocas. Têm de se contentar com a situação

⁶Os possíveis estados da natureza são os seguintes: (atum, coelho), (atum, perdiz), (bacalhau, coelho) e (bacalhau, perdiz). O pescador não distinguirá o estado (atum, coelho) do estado (atum, perdiz), nem distinguirá o estado (bacalhau, coelho) do estado (bacalhau, perdiz). Por sua vez, o caçador não distinguirá o estado (atum, coelho) do estado (bacalhau, coelho), nem o estado (atum, perdiz) do estado (bacalhau, perdiz).

de autarcia. O pescador não pode comer carne e o caçador não pode comer peixe.

Perante esta conclusão, propusemos que se permitisse aos agentes a elaboração do seguinte contrato: o pescador entregaria, à sua escolha, 1 atum ou 1 bacalhau ao caçador, recebendo em troca 1 coelho ou 1 perdiz, à escolha do caçador.⁷ Parece natural que os agentes tenham a possibilidade de efetuar este tipo de trocas.

Num modelo de equilíbrio geral, em que as trocas são centralizadas (não havendo contratos bilaterais), o contrato que corresponde à situação acima descrita é um contrato que, em vez de estabelecer qual o cabaz que o agente irá receber em cada estado da natureza, estabelece qual a lista dos cabazes que o agente poderá receber em cada estado da natureza. É importante vincar que o agente não decide qual dos cabazes da lista é que receberá. Terá de aceitar o cabaz que lhe for entregue, desde que seja um dos cabazes que consta da lista estipulada para entrega no estado da natureza que ocorreu.

Escolhendo os agentes um plano contingente de listas, que especifica a lista dos cabazes que poderão receber em cada estado da natureza, a modificação natural da restrição informacional consiste em passar a impor que cada agente adquira a mesma lista para entrega em estados da natureza que não consegue distinguir exclusivamente com base na sua estrutura de informação privada.⁸ Obviamente, o facto de receber cabazes que estão na mesma lista não implica que receba o mesmo cabaz. Esta restrição informacional é, portanto, mais fraca do que a que foi imposta por Radner (1968).

Cada agente, portanto, entrega os seus recursos iniciais (contingentes ao estado da natureza) e obtém em troca um plano de listas de cabazes (para entrega contingente ao estado da natureza). Na fase pós-contratual, o agente recebe a sua informação privada (elemento da sua partição que contém o verdadeiro estado da natureza), que utiliza para exigir o recebimento de um dos cabazes da lista que adquiriu para entrega nesse conjunto

⁷Em resultado deste contrato, cada agente consumirá metade dos seus recursos iniciais e metade dos recursos iniciais do outro agente (quaisquer que estes sejam). Por exemplo, se o pescador pescar 2 atuns e o caçador caçar 2 coelhos, cada agente consumirá 1 atum e 1 coelho.

⁸Chegados a este ponto da exposição, deve estar claro que ao agente será efetivamente entregue não uma lista, mas um dos cabazes que dela constam.

de estados da natureza. O agente tem, portanto, o ónus da prova.

A incorporação destes contratos de entrega incerta origina duas questões adicionais às quais devemos responder para que o mecanismo de mercado fique totalmente especificado. Qual dos cabazes de uma lista é entregue ao agente? Como se relaciona o preço de uma lista de cabazes com os preços dos cabazes que nela constam? Para responder a estas questões, supomos que os agentes estabelecem contratos com intermediários que procuram, eles próprios, maximizar o lucro associado à sua atividade.

Perante a possibilidade de selecionar um cabaz de uma lista para entrega a um agente, um intermediário naturalmente escolheria o cabaz mais barato. Esta escolha é, tipicamente, adversa para o agente. O exemplo seguinte é um pouco absurdo mas instrutivo. Se um agente que não sabe se estará um dia de sol ou de chuva comprar o direito a receber sandálias ou galochas, deverá receber as sandálias se estiver a chover e as galochas se estiver sol. Receberá, em cada estado da natureza, o cabaz da lista que é mais barato nesse estado da natureza. Tipicamente, esse cabaz não será aquele que mais lhe agrada.

Para relacionar o preço de uma lista de cabazes com os preços dos cabazes que nela constam e, em última análise, com os preços dos bens que compõem os cabazes, devemos perceber qual o preço mínimo que um intermediário estaria disposto a aceitar. Esse será o preço que vigorará, se assumirmos que os intermediários competem fixando os preços das diferentes listas de cabazes. Para calcular o preço mínimo que está disposto a aceitar por um plano contingente de listas de cabazes, um intermediário deve antecipar qual dos cabazes é que irá entregar em cada estado da natureza e somar os preços de cada um desses cabazes contingentes.

Obtemos, assim, respostas relativamente simples às duas questões fundamentais que colocámos: dado um plano contingente de listas de cabazes, um agente receberá o plano de cabazes mais barato entre aqueles que são compatíveis com o plano de listas; dados os preços dos planos contingentes de cabazes, o preço de um plano contingente de listas de cabazes corresponde ao preço do plano de cabazes mais barato entre aqueles que são

compatíveis com o plano de listas.⁹

Numa primeira aproximação ao problema da existência de equilíbrio económico geral (Correia-da-Silva e Hervés-Beloso, 2009), considerámos que os agentes esperavam receber o plano de cabazes que lhes proporcionava menos utilidade (entre os planos de cabazes compatíveis com o plano de listas adquirido no mercado). Neste caso, que designámos por *equilíbrio com expectativas prudentes*, a incorporação deste tipo de assimetrias de informação no modelo de equilíbrio geral consiste, tecnicamente, numa transformação da função utilidade dos agentes. A nova função de utilidade corresponde ao caso em que a incerteza dos agentes relativamente ao estado da natureza (e, portanto, ao cabaz que vão receber) é ambiguidade e não risco.¹⁰

Verificámos que, sob esta hipótese de pessimismo extremo, o edifício clássico do equilíbrio geral pode ser erguido de forma a contemplar a existência deste tipo de assimetrias de informação. Uma vez que a informação diferenciada se repercute apenas numa transformação das funções utilidade dos agentes (sendo preservada a continuidade, a concavidade e a não-saciação), o modelo clássico de equilíbrio geral pode ser reinterpretado de forma a incorporar a existência de informação diferenciada.

O impacto deste primeiro trabalho (Correia-da-Silva e Hervés-Beloso, 2009) na literatura dedicada à teoria do equilíbrio geral deveu-se ao facto de ter sido inovador em duas vertentes: no tratamento das assimetrias de informação em equilíbrio geral; e no estudo dos efeitos da ambiguidade no equilíbrio económico geral.

⁹Estas conclusões também se aplicam no caso do equilíbrio económico geral com seleção adversa (Correia-da-Silva, 2012).

¹⁰*Ambiguidade* é incerteza que não pode ser reduzida a uma distribuição de probabilidade, enquanto risco é incerteza que o pode ser. Também pode ser designada por incerteza knightiana, dado ter sido estudada e discutida por Frank Knight (1921). Num estudo seminal, Daniel Ellsberg (1961) comprovou empiricamente a pertinência do conceito de ambiguidade, ao demonstrar que, no contexto da escolha sob incerteza, as pessoas são avessas ao desconhecimento das probabilidades associadas às diferentes possíveis consequências. Itzhak Gilboa e David Schmeidler (1989) demonstraram que esta aversão à ambiguidade pode ser modelizada como uma extensão da formulação da utilidade esperada na qual, em vez de ser considerada uma distribuição de probabilidade, é considerado um conjunto de possíveis distribuições de probabilidade, escolhendo-se como relevante, para uma dada escolha, a distribuição de probabilidade que conduzir a um menor nível de utilidade esperada.

No nosso segundo trabalho (Correia-da-Silva e Hervés-Beloso, 2008), generalizámos a maneira como os agentes formam expectativas relativamente aos cabazes que lhes vão ser entregues (entre aqueles que são compatíveis com as listas que adquiriram). Impusemos hipóteses menos restritivas relativamente à relação entre listas, preços e entregas. Basicamente, formas relativamente débeis de continuidade, convexidade e não-saciação das preferências dos agentes acerca das listas de cabazes. Designámos o conceito de solução por *equilíbrio com expectativas subjetivas*.

Este trabalho teve como principal virtude a explicitação de condições mínimas que a formação de expectativa deve satisfazer de forma a que sejam aplicáveis as técnicas habituais que permitem demonstrar a existência de equilíbrio económico geral.¹¹ Mais do que um trabalho no qual se abrem perspectivas para o futuro, é um trabalho no qual se procura concluir uma investigação.

Num terceiro trabalho (Correia-da-Silva e Hervés-Beloso, 2012), procurámos enfrentar um desafio que surgiu naturalmente no decurso dos trabalhos anteriores: o de estudar a solução de expectativas racionais do modelo de equilíbrio económico geral com entrega incerta. Como vimos, o mecanismo de mercado é tal que, em cada estado da natureza, é sempre entregue ao agente o cabaz mais barato entre aqueles que pertencem à lista de cabazes que podem ser entregues nesse estado da natureza. Assim sendo, agentes racionais esperarão receber exatamente esse cabaz. Isto é, ao adquirirem um plano de listas de cabazes, esperarão receber o plano de cabazes mais barato entre aqueles que são compatíveis com a lista que adquiriram. Neste caso, naturalmente, designámos a solução do modelo por *equilíbrio com expectativas racionais*.

Constatámos que, tendo os agentes expectativas racionais relativamente ao funcionamento do mecanismo de mercado, para garantir a existência de equilíbrio é necessária uma hipótese adicional, relativa às estruturas de informação privada dos agentes. Mais precisamente, fica garantida a existência de equilíbrio se assumirmos que qualquer estado da natureza é perfeitamente observado por pelo menos um agente.

¹¹ Refiro-me ao teorema do máximo de Berge e ao teorema de ponto fixo de Kakutani.

Sem essa hipótese adicional, pode ocorrer que: por um lado, os agentes não estão dispostos a pagar um preço positivo (por pequeno que seja) para receber cabazes num dado estado da natureza; por outro, se o preço for nulo, então pretenderão receber um cabaz infinitamente grande. Não há, por isso, nenhum sistema de preços que equilibre a oferta e a procura em todos os mercados.

Um sinal da relevância desta linha de investigação é o facto de ter sido referida nos trabalhos de: Hervés-Beloso, V. Filipe Martins-da-Rocha e Paulo K. Monteiro (2009), Dionysius Glycopantis, Hervés-Beloso e Konrad Podczeck (2009), Han Ozsoylev e Jan Werner (2011), Marta Faias, Emma Moreno-García e Hervés-Beloso (2011), Eric Smith, Duncan K. Foley e Benjamin H. Good (2011), Luciano I. de Castro, Marialaura Pesce e Nicholas C. Yannelis (2011a, 2011b), de Castro e Yannelis (2011, 2012), Pesce e Yannelis (2012), Nizar Allouch (2012), Anuj Bhowmik e Jiling Cao (2012), Sebastián Cea-Echenique, Hervés-Beloso e Juan Pablo Torres-Martínez (2012) e Rodrigo Raad (2012).

Recentemente, iniciámos uma segunda fase deste programa de investigação. Passámos a estudar o caso em que os agentes podem efetuar trocas tanto antes como depois de receberem a sua informação privada.

Com essa estrutura de mercados mais completa, concluímos que se o número de estados da natureza não for superior ao número de bens transacionados, existe, genericamente, um equilíbrio económico geral da economia com informação diferenciada que coincide com o equilíbrio de uma economia que é em tudo semelhante mas na qual os agentes têm informação perfeita. O estudo do caso em que existem mais estados da natureza do que bens transacionados tem uma complexidade superior, permanecendo em aberto a questão da existência e caracterização do equilíbrio.

2 Economias com trocas exclusivamente *ex ante*

2.1 Estrutura básica do modelo

A economia desenrola-se em dois períodos, designados por $\tau = 1$ e $\tau = 2$. Um número finito de agentes, $\mathcal{I} = \{1, \dots, I\}$, trocam (em $\tau = 1$) direitos sobre um número finito de mercadorias, $\mathcal{L} = \{1, \dots, L\}$, na presença de incerteza acerca do estado da natureza que irá ocorrer (em $\tau = 2$). Existe um número finito de possíveis estados da natureza, $\mathcal{S} = \{1, \dots, S\}$, que condicionam os recursos iniciais e as preferências dos agentes.

Cada agente $i \in \mathcal{I}$ oferece os seus recursos iniciais contingentes, designados por $e_i = (e_i^1, \dots, e_i^S) \in \mathbb{R}_{++}^{SL}$, escolhendo receber em troca um plano de consumo contingente, designado por $x_i = (x_i^1, \dots, x_i^S) \in \mathbb{R}_+^{SL}$. As suas preferências relativamente aos planos de consumo são representadas por uma função utilidade esperada: $U_i : \mathbb{R}_+^{SL} \rightarrow \mathbb{R}$, que pode ser escrita como $U_i(x_i) = \sum_{s=1}^S u_i^s(x_i^s)$, onde as funções u_i^s se assumem contínuas, estritamente crescentes e côncavas.¹²

A informação privada de cada agente $i \in \mathcal{I}$ é descrita por uma partição do conjunto de possíveis estados da natureza. Designamos por $P_i(s)$ o elemento da partição do agente i que contém o estado s . Pode interpretar-se como o conjunto de estados da natureza que o agente i não consegue distinguir do estado s . Aqui, por “distinguir do estado s ”, entendemos a capacidade de provar perante uma terceira parte que o estado da natureza que ocorreu não foi o estado s .¹³

No momento em que realizam as trocas ($\tau = 1$), os agentes conhecem as probabilidades de ocorrência dos diferentes estados, $\mu = (\mu^1, \dots, \mu^S) \in \Delta^S$.¹⁴ No período seguinte ($\tau = 2$), se ocorrer o estado s , o agente i apenas será capaz de demonstrar que o estado da natureza

¹²Por estritamente crescentes entendemos funções tais que se $x^s \geq y^s$ e $x^s \neq y^s$, então $u_i^s(x^s) > u_i^s(y^s)$.

¹³Num trabalho anterior, apresentámos algumas conclusões acerca do impacto de variações da estrutura de informação sobre a alocação e preços de equilíbrio (Correia-da-Silva e Hervés-Beloso, 2007).

¹⁴Como habitualmente, define-se $\Delta^S \equiv \left\{ \mu \in \mathbb{R}_+^S : \sum_{s=1}^S \mu^s = 1 \right\}$.

pertence ao elemento da sua estrutura de informação que contém o estado s , $P_i(s)$.

Assumimos que os recursos iniciais e as preferências de cada agente $i \in \mathcal{I}$ não variam entre estados da natureza que pertencem a um mesmo elemento da sua partição de informação. Formalmente: $\forall t \in P_i(s), e_i(t) = e_i(s) \wedge u_i(t) = u_i(s)$.

Nesta economia (com entrega incerta), os agentes têm a possibilidade de adquirir planos contingentes de listas de cabazes. Ou seja, em vez de adquirirem um plano contingente de cabazes de consumo, $x_i = (x_i^1, \dots, x_i^S) \in \mathbb{R}_+^{SL}$, como no modelo clássico de equilíbrio geral, adquirem um plano contingente de listas de cabazes de consumo, $\tilde{x}_i = (\tilde{x}_i^1, \dots, \tilde{x}_i^S)$, onde $\tilde{x}_i^s \subseteq \mathbb{R}_+^L$.

Caso ocorra o estado $s \in \mathcal{S}$, cada agente $i \in \mathcal{I}$ poderá receber qualquer um dos cabazes pertencentes à lista de cabazes para entrega nesse estado, \tilde{x}_i^s (caso em que o contrato é cumprido), ou qualquer um dos cabazes pertencentes às listas de cabazes para entrega nos estados que não consegue provar que não ocorreram, \tilde{x}_i^t em que $t \in P_i(s)$ (caso em que existe incumprimento que não é detetado).

Ao comprar a lista \tilde{x}_i^s para entrega no estado s e a lista \tilde{x}_i^t para entrega no estado t , sendo $t \in P_i(s)$, o agente i compreende que poderá receber, tanto no estado s como no estado t , qualquer cabaz que pertença à lista $\tilde{x}_i^s \cup \tilde{x}_i^t$. Em geral, ao comprar o plano contingente de listas \tilde{x}_i , o agente i tem consciência de que efetivamente está a adquirir o direito a receber um plano contingente de listas \tilde{y}_i , em que $\tilde{y}_i^s = \cup_{t \in P_i(s)} \tilde{x}_i^t$.

Assim sendo, podemos restringir, sem perda de generalidade, as escolhas de cada agente $i \in \mathcal{I}$ ao conjunto de planos contingentes de listas que são compatíveis com a sua estrutura de informação, isto é, que são tais que: $\tilde{x}_i^s = \tilde{x}_i^t, \forall t \in P_i(s)$. O conjunto de planos que satisfazem esta restrição informacional é designado por \tilde{X}_i .

Dado que os agentes escolhem planos de listas de cabazes, é necessário definir um sistema de preços que se aplique a este espaço de escolha. Aos preços das mercadorias contingentes aplicamos a normalização habitual: $p \in \Delta^{SL} = \{p \in \mathbb{R}_+^{SL} : \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{l \in \mathcal{L}} p^{sl} = 1\}$. Tal como no modelo clássico, o preço de um plano contingente de cabazes calcula-se como

$p \cdot x_i$ ou, equivalentemente, $\sum_{s \in \mathcal{S}} p^s \cdot x_i^s$, ou, ainda, $\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{l \in \mathcal{L}} p^{sl} \cdot x_i^{sl}$.

O preço cobrado por um plano contingente de listas de cabazes corresponde ao preço do plano contingente de cabazes que é mais barato entre aqueles que são compatíveis com o plano de listas de cabazes. Escrevendo $x_i \in \tilde{x}_i$ se e só se $x_i^s \in \tilde{x}_i^s, \forall s \in \mathcal{S}$, o preço de um plano contingente de listas de cabazes é uma função $\tilde{p} : 2^{\mathbf{R}^{SL}} \rightarrow \mathbb{R}_+$, dada por:

$$\tilde{p}(\tilde{x}_i) = \inf \{p \cdot x_i\} \quad s.t. \quad x_i \in \tilde{x}_i. \quad (1)$$

Assim sendo, a restrição orçamental do agente i pode escrever-se como:

$$\tilde{B}_i(p) = \left\{ \tilde{x}_i \in \tilde{X}_i : \tilde{p}(\tilde{x}_i) \leq p \cdot e_i \right\}. \quad (2)$$

Cada agente $i \in \mathcal{I}$ escolhe o plano de listas de cabazes de consumo que prefere, entre aqueles que satisfazem a sua restrição orçamental. Designemos, por enquanto, por $\tilde{U}_i : \tilde{X}_i \times \Delta^{SL} \rightarrow \mathbb{R}$ a função utilidade do agente i , que representa as suas preferências no conjunto dos planos contingentes de listas de cabazes. Permitimos, em geral, que a utilidade dependa dos preços, uma vez que estes podem influenciar as expectativas dos agentes relativamente aos cabazes que irão efetivamente receber.

Estamos, agora, preparados para apresentar o conceito de equilíbrio apropriado para o estudo de economias com entrega incerta. Tal como na teoria clássica do equilíbrio económico geral, uma situação diz-se de equilíbrio se forem cumpridas duas condições: as escolhas individuais são ótimas; a oferta é igual à procura em todos os mercados.

Definição 1 (Equilíbrio).

Um equilíbrio económico geral de uma economia com entrega incerta é composto por um sistema de preços, por escolhas individuais e por uma alocação, (p^, \tilde{x}^*, x^*) , tais que:*

$$(i) \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad \tilde{x}_i^* \in \operatorname{argmax}\{\tilde{U}_i(z_i, p^*)\} \quad s.t. \quad z_i \in \tilde{B}_i(p^*);$$

$$(ii) \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad x_i^* \in \tilde{x}_i^*;$$

$$(iii) \quad \sum_{i \in \mathcal{I}} x_i^* \leq \sum_{i \in \mathcal{I}} e_i.$$

Para prosseguirmos o estudo da existência e caracterização do equilíbrio económico geral neste tipo de economias com informação diferenciada, vamos colocar hipóteses acerca de como as preferências originalmente definidas no espaço dos planos contingentes de cabazes se podem estender ao espaço dos planos contingentes de listas de cabazes.

2.2 Expectativas prudentes

Para escolherem entre os diferentes planos contingentes de listas de cabazes, os agentes formam expectativas relativamente aos cabazes que irão receber em cada estado da natureza. Essas expectativas, juntamente com as suas preferências acerca dos planos contingentes de cabazes, permitem-lhes construir preferências acerca dos planos contingentes de listas.

Começemos por supor, nesta secção, que os agentes são extremamente pessimistas relativamente ao cabaz que irão receber (entre aqueles que pertencem à lista de cabazes que lhes podem ser entregues). Isso leva a que atribuam a um plano contingente de listas de cabazes a utilidade do plano de cabazes que menos lhes agrada entre aqueles que poderão receber.

Hipótese 1 (Expectativas prudentes).

A utilidade que cada agente $i \in \mathcal{I}$ atribui a um plano de listas de cabazes, $\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i$, isto é, a função $\tilde{U}_i : \tilde{X}_i \times \Delta^{SL} \rightarrow \mathbb{R}$, é dada por:

$$\tilde{U}_i(\tilde{x}_i, p) = \min\{U_i(x_i)\} \quad s.t. \quad x_i \in \tilde{x}_i.$$

Sob esta hipótese, pode demonstrar-se que a economia com informação diferenciada e

entrega incerta é formalmente equivalente a uma economia com informação perfeita na qual a função utilidade de cada agente $i \in \mathcal{I}$ sofre uma transformação tal que, em todos os estados de cada elemento da sua partição de informação, é considerada a utilidade do cabaz que menos lhes agrada.¹⁵ Esta transformação preserva as propriedades essenciais de continuidade, concavidade e não-saciação. Assim, a existência de equilíbrio está garantida.

Teorema 1 (Existência de equilíbrio com expectativas prudentes).

Se os agentes tiverem expectativas prudentes (Hipótese 1), existe um equilíbrio económico geral da economia com informação diferenciada e entrega incerta.

Demonstração: Ver o Teorema 1 em Correia-da-Silva e Hervés-Beloso (2009). □

Uma vez que, com expectativas prudentes, este tipo de economias com informação diferenciada são formalmente equivalentes às economias com informação perfeita, todo o edifício da teoria do equilíbrio geral pode ser erguido no caso de informação diferenciada e entrega incerta. Apresentámos algumas propriedades que caracterizam esta solução em Correia-da-Silva e Hervés-Beloso (2009), tendo o nosso estudo sido complementado por de Castro, Pesce e Yannelis (2011a, 2011b) e por de Castro e Yannelis (2011, 2012).

2.3 Expectativas subjetivas

Nesta secção, consideramos uma formulação mais geral relativamente às expectativas dos agentes (que designamos por expectativas subjetivas).

Por conveniência de exposição, suponhamos que as listas de cabazes têm um número finito e limitado de alternativas (que designamos por K). O espaço de escolha do agente $i \in \mathcal{I}$ passa a poder ser escrito como $\tilde{X}_i = \mathbb{R}_+^{KSL} \cap P_i$, onde P_i designa os planos que satisfazem a restrição informacional do agente.

¹⁵Poderia ser definida, precisamente, por $V(x_i) = \sum_{s \in \mathcal{S}} \mu^s \min_{t \in P_i(s)} u_i^s(x_i^t)$.

As expectativas subjetivas de cada agente $i \in \mathcal{I}$, relativamente a qual dos K planos de cabazes lhe será entregue no estado $s \in \mathcal{S}$ quando adquire o plano de listas $\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i$ e observa o sistema de preços $p \in \Delta^{SL}$, são descritas pela função $E_i : \mathcal{S} \times \mathbb{R}_+^{KSL} \times \Delta^{SL} \rightarrow \Delta^K$.

Definimos a função $\tilde{u}_i^s : \mathbb{R}_+^{KL} \rightarrow \mathbb{R}^K$ como o vector de utilidades das diferentes alternativas de uma lista de cabazes, isto é, $\tilde{u}_i^s(\tilde{x}_i^s) \equiv (u_i^s(\tilde{x}_i^{s1}), \dots, u_i^s(\tilde{x}_i^{sK}))$. Assim, a utilidade esperada contingente à ocorrência do estado s pode ser calculada como $E_i(s, \tilde{x}_i, p) \cdot \tilde{u}_i^s(\tilde{x}_i^s)$.

Hipótese 2 (Expectativas subjetivas).

A utilidade que cada agente $i \in \mathcal{I}$ atribui a um plano de listas de cabazes, $\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i$, isto é, a função $\tilde{U}_i : \tilde{X}_i \times \Delta^{SL} \rightarrow \mathbb{R}$, é dada por:

$$\tilde{U}_i(\tilde{x}_i, p) = \sum_{s \in \mathcal{S}} \mu^s E_i(s, \tilde{x}_i, p) \cdot \tilde{u}_i^s(\tilde{x}_i^s).$$

Para que esta formulação contenha o caso das expectativas prudentes, não podemos assumir que a função $E_i(s, \cdot, p)$ é contínua. Devemos permitir descontinuidades quando diferentes cabazes da lista têm a mesma utilidade. Para podermos explicitar uma hipótese menos restritiva, definimos o conjunto $G_i^{sk}(\tilde{x}_i, \epsilon) = \{k' : |u_i^s(\tilde{x}_i^{sk'}) - u_i^s(\tilde{x}_i^{sk})| < \epsilon\}$ e a função $F_i^{sk}(\tilde{x}_i, p, \epsilon) = \sum_{G_i^{sk}(\tilde{x}_i, \epsilon)} E_i(s, \tilde{x}_i, p)$. Assumimos, então, que $F_i^{sk}(\cdot, \cdot, \epsilon)$ é uma função contínua. Esta hipótese permite manter o caso das expectativas prudentes como um caso particular e, simultaneamente, garantir a continuidade da função utilidade esperada com expectativas subjetivas, \tilde{U}_i .

A hipótese de não-saciação que fazemos é bastante natural. Assumimos que existe um pequeno acrescento à lista de cabazes que não altera as probabilidades subjetivas associadas a cada um dos cabazes da lista, isto é, assumimos que $\forall \epsilon > 0, \exists z \in \mathbb{R}_+^{KSL} : E_i(s, \tilde{x}_i, p) = E_i(s, \tilde{x}_i + z, p)$.

Finalmente, para podermos demonstrar a existência de equilíbrio, precisamos de uma hipótese de quase-concavidade. Não assumimos que $\tilde{U}_i(\cdot, p)$ é quase-côncava porque, mais uma vez, isso excluiria o caso em que os agentes têm expectativas prudentes. Designemos

por $\tilde{D}(z)$ os planos contingentes de listas que podem ser satisfeitos com base no vector de recursos contingentes $z \in \mathbb{R}_+^{SL}$, i.e., $\tilde{D}(z) = \{\tilde{x}_i \in \mathbb{R}_+^{KSL} : \exists x_i \in \tilde{x}_i \text{ s.t. } x_i \leq z\}$. A hipótese de quase-concavidade que impomos é a seguinte. Sejam $\tilde{x}_i \in \tilde{D}(x)$ e $\tilde{y}_i \in \tilde{D}(y)$ tais que $\tilde{U}_i(\tilde{x}_i, p) = \tilde{U}_i(\tilde{y}_i, p)$. Então, qualquer que seja $z = \lambda x + (1 - \lambda)y$, com $\lambda \in (0, 1)$, existe um plano de listas $\tilde{z}_i \in \tilde{D}(z)$ tal que $\tilde{U}_i(\tilde{z}_i, p) \geq \tilde{U}_i(\tilde{x}_i, p)$.

Nestas condições, está garantida a existência de equilíbrio.

Teorema 2 (Existência de equilíbrio com expectativas subjetivas).

Se os agentes tiverem expectativas subjetivas (Hipótese 2) e forem satisfeitas as hipóteses de continuidade, não-saciação e quase-concavidade, existe um equilíbrio económico geral da economia com informação diferenciada e entrega incerta.

Demonstração: Ver o Teorema 1 em Correia-da-Silva e Hervés-Beloso (2008). □

Conseguimos, assim, generalizar o tipo de expectativas dos agentes de uma maneira que preserva a existência de solução, isto é, de um equilíbrio económico geral.

2.4 Expectativas racionais

Como vimos, aos agentes é-lhes sempre entregue o cabaz mais barato da lista de cabazes que podem ser entregues em cada estado da natureza. Assim sendo, um agente com expectativas racionais (que compreenda o funcionamento do mecanismo de mercado e que tenha em conta esse conhecimento na sua tomada de decisão) esperará receber, em cada estado da natureza, exatamente o cabaz mais barato da lista que adquiriu para entrega nesse estado.

Dado um plano contingente de listas de cabazes, $\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i$, os planos contingentes de cabazes que são mais baratos entre aqueles que são compatíveis com o plano de listas de

cabazes¹⁶ são aqueles que pertencem a $C(\tilde{x}_i, p) = \operatorname{argmin}_{z \in \tilde{x}_i} \{p \cdot z\}$.

Um agente $i \in \mathcal{I}$ que tenha expectativas racionais, ao adquirir o plano contingente de listas de cabazes $\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i$, sabe que irá receber um plano contingente de cabazes que pertence a $C(\tilde{x}_i, p)$. Mais precisamente, sabe que irá receber um dos planos que prefere receber entre aqueles que são mais baratos, i.e., um plano que pertence a $C_i(\tilde{x}_i, p) = \operatorname{argmax}_{z \in C(\tilde{x}_i, p)} \{U_i(z)\}$.

Hipótese 3 (Expectativas racionais).

A utilidade que cada agente $i \in \mathcal{I}$ atribui a um plano de listas de cabazes, $\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i$, isto é, a função $\tilde{U}_i : \tilde{X}_i \times \Delta^{SL} \rightarrow \mathbb{R}$, é dada por:

$$\tilde{U}_i(\tilde{x}_i, p) = U_i(x_i), \text{ onde } x_i \in C_i(\tilde{x}_i, p).$$

Podem apresentar-se exemplos de não-existência de equilíbrio económico geral neste caso em que os agentes têm expectativas racionais. A existência de equilíbrio requer uma hipótese sobre as estruturas de informação dos agentes.

Hipótese 4 (Informação privada).

Dado um estado da natureza, existe pelo menos um agente que é capaz de o verificar, i.e.:

$$\forall s \in \mathcal{S}, \exists i \in \mathcal{I} : P_i(s) = \{s\}.$$

Esta hipótese relativa as estruturas de informacao exclui a possibilidade de nenhum agente estar disposto a pagar para receber um cabaz de bens num dado estado da natureza. O agente que consegue verificar o estado s estara sempre disposto a pagar para receber um cabaz de bens nesse estado da natureza.

¹⁶Tipicamente haverá um único planos de cabazes que é o mais barato, mas, em geral, podem existir diversos planos de cabazes que custem o mesmo e que sejam os mais baratos.

Teorema 3 (Existência de equilíbrio com expectativas racionais).

Se os agentes tiverem expectativas racionais (hipótese 3) e se cada estado for verificável por pelo menos um agente (hipótese 4), existe um equilíbrio económico geral da economia com informação diferenciada e entrega incerta.

Demonstração: Ver o Teorema 1 em Correia-da-Silva e Hervés-Beloso (2012a). □

Constatamos que, no caso em que os agentes têm expectativas racionais, para que a existência de equilíbrio esteja garantida é necessária uma hipótese bastante restritiva acerca das estruturas de informação, na medida em que exclui o caso típico em que cada agente conhece o seu *tipo* mas desconhece o *tipo* dos outros agentes.

Uma característica indesejável de um equilíbrio com expectativas racionais é o facto de poder não ser eficiente *ex post*. Isto significa que os agentes teriam incentivos a fazer trocas depois de receberem os seus cabazes. Isto motivou a reformulação do modelo que irei expôr em seguida.

3 Economias com trocas *ex ante* e *ex post*

Passemos agora a considerar uma economia com trocas nos dois períodos: *ex ante* ($\tau = 1$) e *ex post* ($\tau = 2$). Existem mercados de futuros no primeiro período, para entrega contingente no segundo período, e mercados à vista no segundo período. A diferença relativamente à estrutura de mercados considerada anteriormente reside na abertura de mercados à vista no segundo período.

Assim, os agentes avaliam os planos contingentes de listas de cabazes com base no valor de troca dos cabazes que esperam receber em cada estado da natureza (em vez de os avaliarem com base no valor de uso). Assumimos que os agentes têm expectativas racionais e que conseguem antecipar os preços que irão vigorar no futuro, em cada um dos possíveis estados da natureza.

Os preços para entrega contingente no estado $s \in \mathcal{S}$ e os preços no mercado à vista no mesmo estado $s \in \mathcal{S}$ devem coincidir. Caso contrário, os intermediários que medeiam as trocas teriam a possibilidade de fazer arbitragem. Isto simplifica a análise deste tipo de economias, uma vez que podemos continuar a trabalhar com preços definidos em Δ^{SL} .

3.1 Escolha individual

Ao escolher um plano contingente de listas de cabazes, um agente com expectativas racionais tem a capacidade de antecipar qual o cabaz que irá receber em cada estado da natureza. Podemos escrever o problema da escolha individual como uma escolha entre planos de cabazes.

O agente $i \in \mathcal{I}$ poderá receber o plano de cabazes $y_i \in \mathbb{R}_+^{SL}$ se e só se este plano de cabazes for tal que o cabaz para entrega em cada estado da natureza é o mais barato entre os cabazes para entrega em estados da natureza que pertencem ao mesmo elemento

da partição de informação do agente. Formalmente, se pertencer ao seguinte conjunto:

$$y_i \in D_i(p) = \{z \in \mathbb{R}^{SL} : p^s \cdot z^s \leq p^s \cdot z^t, \forall t \in P_i(s), \forall s \in \mathcal{S}\}.$$

Para receber o plano de cabazes $y_i \in D_i(p)$, o agente $i \in \mathcal{I}$ deve escolher o plano de listas $\tilde{y}_i = (\tilde{y}_i^1, \dots, \tilde{y}_i^S)$, onde $\tilde{y}_i^s = \cup_{t \in P_i(s)} y_i^t$.

Se ocorrer o estado $s \in \mathcal{S}$ (em $\tau = 2$), o agente $i \in \mathcal{I}$ poderá trocar o cabaz que lhe é entregue, y_i^s , por um cabaz que satisfaça a sua restrição orçamental nesse estado da natureza. Assim, o plano de cabazes que o agente $i \in \mathcal{I}$ tem a possibilidade de consumir é dado por:

$$x_i \in B_i(p, y_i) = \{z \in \mathbb{R}^{SL} : p^s \cdot x_i^s \leq p^s \cdot y_i^s, \forall s \in \mathcal{S}\}.$$

3.2 Transferência de riqueza entre estados da natureza

Basicamente, o que os agentes pretendem ao efetuar trocas é transferir riqueza entre os diferentes estados da natureza e, em cada estado da natureza, utilizar essa riqueza para adquirir o cabaz de bens que preferem. As restrições informacionais são relevantes se e só se restringirem as transferências de riqueza que os agentes podem realizar.

Pode demonstrar-se que, se os sistemas de preços nos diferentes estados da natureza forem linearmente independentes e o número de estados da natureza não for superior ao número de mercadorias, então as restrições informacionais são irrelevantes (não restringem as possibilidades de transferência de riqueza).

Teorema 4 (Transferências de riqueza).

Considere um vector de sistemas de preços linearmente independentes, $p = (p^1, \dots, p^S) \in \Delta^{SL}$, com $p^s \neq 0, \forall s \in \mathcal{S}$, e um vector de transferências de riqueza desejadas, $w =$

$(w^1, \dots, w^S) \in \mathbb{R}^S$.

Se $L \geq S$, então existe um portfólio, $y = (y^1, \dots, y^S) \in \mathbb{R}^{SL}$, que implementa essas transferências de riqueza, $p^s \cdot y^s = w^s$, $\forall s \in \mathcal{S}$, e que satisfaz as restrições informacionais, $p^s \cdot y^s \leq p^s \cdot y^t$, $\forall s, t \in \mathcal{S}$.

Demonstração: Ver o Lema 1 em Correia-da-Silva e Hervés-Beloso (2012b). □

O resultado anterior fornece condições suficientes para que as possibilidades de escolha dos agentes não sejam limitadas pela sua (falta de) informação. Nesse caso, um equilíbrio económico geral de uma economia com informação perfeita é também um equilíbrio económico geral da economia com informação diferenciada e entega incerta. O que significa que existe (pelo menos) um equilíbrio da economia com informação diferenciada e que esse equilíbrio é eficiente.

3.3 Existência e eficiência genérica

Nesta secção, explica-se que, num equilíbrio de uma economia com informação perfeita, os sistemas de preços nos diferentes estados da natureza são, genericamente, linearmente independentes.

Diz-se que uma propriedade se verifica genericamente quando, num espaço de medida de casos possíveis, ela se verifica num subconjunto com medida total (pode apenas não se verificar num subconjunto de medida nula).

O resultado de existência e eficiência genérica requer uma restrição adicional nas preferências dos agentes. Precisamente, vamos assumir que as preferências dos agentes são *bem comportadas* no sentido de Debreu (1972, p. 613), o que significa que as relações de preferência dos agentes são monótonas, convexas, contínuas, completas, de classe C^2 , e que as superfícies de indiferença têm uma curvatura não nula (em todos os pontos) e aderência contida em \mathbb{R}_{++}^{SL} .

Estas hipóteses adicionais não são demasiado restritivas, uma vez que qualquer relação de preferência monótona, convexa, contínua e completa (como é o caso das que podem ser representadas por uma função utilidade esperada com utilidade contingente não-saciada, contínua e côncava) é um limite de uma sequência de relações de preferência *bem comportadas*.

Hipótese 5 (Procura continuamente diferenciável).

As preferências dos agentes são bem comportadas no sentido de Debreu (1972, p. 613).

Nestas condições, as preferências dos agentes originam funções procura que são continuamente diferenciáveis e que tendem para infinito quando os preços convergem para a fronteira do simplex, isto é, quando pelo menos um dos preços tende para zero. A função excesso de procura agregada preserva estas propriedades, necessárias para a demonstração do resultado de existência e eficiência genérica.

Consideramos um espaço de economias em que as preferências se mantêm fixas. Neste espaço, o vector de recursos iniciais, $e \in \mathbb{R}_{++}^{IN}$, caracteriza completamente a economia. Formalmente, o espaço de economias designa-se por $\mathcal{E} = \mathbb{R}_{++}^{IN}$. Para facilitar a exposição, designemos o espaço de economias cujos equilíbrios são tais que os preços nos diferentes estados são linearmente independentes por $\mathcal{E}^* \subseteq \mathcal{E}$. Nas economias pertencentes a \mathcal{E}^* , existe um equilíbrio económico geral que coincide com o equilíbrio da economia com informação completa e que, portanto, é eficiente.

Para mostrar que as propriedades de existência e eficiência se verificam genericamente, é necessário verificar que são cumpridas as duas condições seguintes:¹⁷ (i) se numa dada economia os preços de equilíbrio nos diferentes estados forem linearmente independentes, então existe uma vizinhança dessa economia¹⁸ na qual os preços de equilíbrio nos diferentes estados também o são; (ii) se numa dada economia os preços forem linearmente

¹⁷Que correspondem a verificar que o conjunto das economias nas quais as propriedades se verificam, \mathcal{E}^* , é aberto e denso no espaço de medida das economias.

¹⁸Uma vizinhança de uma economia é um conjunto aberto que a contém.

dependentes, então em qualquer vizinhança dessa economia existe uma economia na qual os preços de equilíbrio nos diferentes estados são linearmente independentes.

Teorema 5 (Preços linearmente independentes).

O conjunto $\mathcal{E}^ \subset \mathcal{E}$ é aberto e denso.*

Demonstração: Ver o Lema 2 em Correia-da-Silva e Hervés-Beloso (2012b). □

A ideia da prova do Teorema 5 é mostrar que a matriz Jacobiana da função excesso de procura tem "rank" completo (em qualquer economia regular) e que, portanto, podemos obter qualquer perturbação do vector de preços de equilíbrio através de uma perturbação dos recursos iniciais dos agentes.

O resultado que se segue acaba por ser um corolário dos Teoremas 4 e 5.

Teorema 6 (Existência e eficiência).

Se $L \geq S$, então, genericamente, os equilíbrios de uma economia com informação perfeita são também equilíbrios de uma economia na qual os agentes têm os mesmos recursos iniciais e as mesmas preferências, mas informação diferenciada.

Demonstração: Ver o Teorema 1 em Correia-da-Silva e Hervés-Beloso (2012b). □

Este resultado estabelece que, se existirem pelo menos tantas mercadorias como estados da natureza, as estruturas de informação dos agentes são, genericamente, irrelevantes. Os agentes conseguem contornar as suas limitações informacionais através da escolha de um portefólio adequado. As alocações de equilíbrio são independentes das estruturas de informação privada dos agentes.

4 Conclusões

O programa de investigação dedicado ao estudo das economias com informação diferenciada e entrega incerta tem como objetivo último a extensão da teoria do equilíbrio económico geral de forma a incorporar a existência de assimetrias de informação entre os agentes.

Numa primeira fase, estudou-se o caso em que as trocas apenas são efetuadas antes de os agentes receberem a sua informação. No caso em que os agentes têm expectativas racionais, verificamos que os agentes teriam interesse em fazer trocas após lhes serem entregues os cabazes de consumo contingentes.

Esse facto motivou a redefinição do modelo de forma a contemplar a possibilidade de os agentes efetuarem trocas antes e após receberem informação. Nesta versão do modelo com trocas em dois períodos, conclui-se que se o número de estados da natureza não for superior ao número de bens, os agentes conseguem, genericamente, ultrapassar as suas limitações informacionais. Neste caso, as estruturas de informação dos agentes são irrelevantes.

O problema da existência e eficiência no caso em que o número de estados da natureza é superior ao número de bens está ainda em aberto. Parece ser possível demonstrar que (genericamente) existe um equilíbrio económico geral, mas que a alocação de equilíbrio é (genericamente) ineficiente.

Referências Bibliográficas

- Allouch, Nizar (2012): “A competitive equilibrium for a warm-glow economy”, *Economic Theory*, forthcoming, doi: 10.1007/s00199-012-0689-z.
- Arrow, Kenneth J. (1953): “Le rôle des valeurs boursières pour la repartition la meilleure des risques”, *Econométrie, Colloques Internationaux du C.N.R.S.*, Vol. 40, pp. 41-47.
- Arrow, Kenneth J. e Gérard Debreu (1954): “Existence of a competitive equilibrium for a competitive economy”, *Econometrica*, Vol. 22, No. 3, pp. 265–90.
- Bhowmik, Anuj e Jiling Cao (2012): “On the core and Walrasian expectations equilibrium in infinite dimensional commodity spaces”, *Economic Theory*, forthcoming, doi: 10.1007/s00199-012-0703-5.
- Cea-Echenique, Sebastián, Carlos Hervés-Beloso e Juan Pablo Torres-Martínez (2012): “Endogenous information: the role of sequential trade and financial participation”, working paper SDT 361, Universidad de Chile.
- Correia-da-Silva, João (2005): “Essays on general equilibrium with asymmetric information”, Tese de Doutorado em Economia, Universidade do Porto.
- Correia-da-Silva, João (2012): “General equilibrium in markets for lemons”, *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 48, No. 3, pp. 187-195.
- Correia-da-Silva, João and Carlos Hervés-Beloso (2007): “Private information: similarity as compatibility”, *Economic Theory*, Vol. 30, No. 3, pp. 395-407.
- Correia-da-Silva, João and Carlos Hervés-Beloso (2008): “Subjective expectations equilibrium in economies with uncertain delivery”, *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 44, No. 7-8, pp. 641-650.
- Correia-da-Silva, João e Carlos Hervés-Beloso (2009): “Prudent expectations equilibrium in economies with uncertain delivery”, *Economic Theory*, Vol. 39, No. 1, pp. 67-92.

- Correia-da-Silva, João e Carlos Hervés-Beloso (2012a): “General equilibrium in economies with uncertain delivery”, *Economic Theory*, Vol. 51, No. 3, pp. 729-755.
- Correia-da-Silva, João e Carlos Hervés-Beloso (2012b): “Irrelevance of private information in two-period economies with more goods than states of nature”, unpublished manuscript, <http://www.fep.up.pt/docentes/joao/material/research/two-period.pdf>.
- de Castro, Luciano I., Marialaura Pesce e Nicholas C. Yannelis (2011a): “Core and equilibria under ambiguity”, *Economic Theory*, Vol. 48, No. 2-3, pp. 519-548.
- de Castro, Luciano I., Marialaura Pesce e Nicholas C. Yannelis (2011b): “A new perspective to rational expectations: maximin rational expectations equilibrium”, *Economics Discussion Paper Series EDP-1107*, University of Manchester.
- de Castro, Luciano I. e Nicholas C. Yannelis (2011): “Ambiguity aversion solves the conflict between efficiency and incentive compatibility”, *Economics Discussion Paper Series EDP-1106*, University of Manchester.
- de Castro, Luciano I. e Nicholas C. Yannelis (2012): “Uncertainty, efficiency and incentive compatibility”, working paper, Northwestern University.
- Debreu, Gérard (1959): “Theory of value: an axiomatic analysis of economic equilibrium”, New York: Wiley.
- Ellsberg, Daniel (1961): “Risk, ambiguity, and the Savage axioms”, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 75, No. 4, pp. 643–669.
- Faias, Marta, Emma Moreno-García e Carlos Hervés-Beloso (2011): “Equilibrium price formation in markets with differentially informed agents”, *Economic Theory*, Vol. 48, No. 1, pp. 205-218.
- Gilboa, Itzhak e David Schmeidler (1989): “Maxmin expected utility with non-unique prior”, *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 18, No. 2, pp. 141-153.
- Glycopantis, Dionysius, Carlos Hervés-Beloso e Konrad Podczeck (2009): “Symposium

- on: equilibria with asymmetric information”, Vol. 38, No. 2, pp. 217-219.
- Glycopantis, Dionysius e Nicholas C. Yannelis, eds. (2005): “Differential information economies”, Berlin: Springer.
- Hayek, Friedrich (1945): “The use of knowledge in society”, American Economic Review, Vol. 35, No. 4, pp. 519-530.
- Hervés-Beloso, Carlos, V. Filipe Martins-da-Rocha e Paulo K. Monteiro (2009): “Equilibrium theory with asymmetric information and infinitely many states”, Economic Theory, Vol. 38, No. 2, pp. 295-320.
- Knight, Frank H. (1921): “Risk, uncertainty, and profit”, Boston and New York: Houghton Mifflin.
- McKenzie, Lionel (1954): “On equilibrium in Graham’s model of world trade and other competitive systems”, Econometrica, Vol. 22, No. 2, pp. 147-161.
- Ozsoylev, Han e Jan Werner (2011): “Liquidity and asset prices in rational expectations equilibrium with ambiguous information”, Economic Theory, Vol. 48, No. 2-3, pp. 469-491.
- Pesce, Marialaura e Nicholas C. Yannelis (2012): “Incentive compatibility with interdependent preferences”, International Journal of Economic Theory, Vol. 8, No. 1, pp. 87-99.
- Raad, Rodrigo (2012): “Existence of an equilibrium for infinite horizon economies with and without complete information”, Journal of Mathematical Economics, Vol. 48, No. 4, pp. 247-262.
- Radner, Roy (1968): “Competitive equilibrium under uncertainty”, Econometrica, Vol. 36, No 1, pp. 31-58.
- Repullo, Rafael (1985): “On the non-existence of equilibrium with differential information”, Economics Letters, Vol. 18, No 2-3, pp. 105-108.

Smith, Eric, Duncan K. Foley e Benjamin H. Good (2011): “Unhedgeable shocks and statistical economic equilibrium”, *Economic Theory*, forthcoming, doi: 10.1007/s00199-011-0663-1.

Walras, Léon (1874): “Éléments d'économie politique pure, ou théorie de la richesse sociale”, Lausanne: Corbaz.