CONTROLO DE CONGESTIONAMENTO CAÓTICO EM GESTÃO DE OPERAÇÔES SEQUENCIAIS

Paulo Sérgio Amaral de Sousa, Faculdade Economia, Universidade do Porto, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-464 Porto, Portugal
Pedro Cosme da Costa Vieira, Faculdade Economia, Universidade do Porto, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-464 Porto, Portugal

pcosme@fep.up.pt, Tel.: +351225571215; Fax: +351225505050
paulus@fep.up.pt, Tel.: +351225571556; Fax: +351225505050

Área científica: Organização de Empresas e Estratégia

RESUMO:
Em problemas de sequenciamento de operações em que a velocidade com que os operadores executam as tarefas é crescente com a carga de trabalho, por exemplo, crescente com o tamanho da fila de espera, a teoria do caos prevê que poderão surgir situações semelhantes a comportamentos estocásticos. Neste trabalho, que é exploratório, vamos, em termos teóricos, discutir se se poderão observar tais comportamentos caóticos em linhas sequenciais de produção. A resposta final no contexto de um caso concreto apenas poderá ser obtida pela medição da variação dos tempos de resposta dos servidores a mudanças na carga de trabalho.

PALVRAS CHAVE: Sequenciamento de operações; multi-servidor; congestionamento; modelos caóticos

ABSTRACT:
In operation sequencing problems where the rate that the operators execute the tasks is increasing with the workload, for example, it is increasing with the size of the queue, the theory of the chaos foresees that it may occur dynamics that resemble the random behaviour. In this work, that is exploratory, we analyse, in theoretical terms, if such chaotic behaviours might arrive in production lines that are sequential. A final conclusion on this subject only is possible by measuring how the rate that the operators execute the tasks varies with changes in the workload.

KEY WORDS: Operations sequencing; Multi-server; Jamming; Chaotic models.

CONTROLO DE CONGESTIONAMENTO CAÓTICO EM GESTÃO DE OPERAÇÔES SEQUENCIAIS

Paulo Sérgio Amaral de Sousa, Faculdade de Economia do Porto, paulus@fep.up.pt
Pedro Cosme da Costa Vieira, Faculdade de Economia do Porto, pcosme@fep.up.pt

Resumo:

Em problemas de sequenciamento de operações em que a velocidade com que os operadores executam as tarefas é crescente com a carga de trabalho, por exemplo, crescente com o tamanho da fila de espera, a teoria do caos prevê que poderão surgir situações semelhantes a comportamentos estocásticos. Neste trabalho, que é exploratório, vamos, em termos teóricos, discutir se se poderão observar tais comportamentos caóticos em linhas sequencial de produção. A resposta final no contexto de um caso concreto apenas poderá ser obtida pela medição da variação dos tempos de resposta dos servidores a mudanças na carga de trabalho.

Palavras-Chave: Sequenciamento de operações; multi-servidor; congestionamento; modelos caóticos

1. INTRODUÇÃO

Nos processos se sequenciamento de operações, procura-se a maximização global da utilização dos diversos equipamentos, i.e., servidores, que passa por diminuir a duração das operações quando a carga de trabalho é elevada e vice-versa. No entanto, diversa literatura (e.g., Friedman e Landsberg, 1996; Haxholdt, van Ackere e Larsen, 2003) tem chamado a atenção para a possibilidade de destas estratégias, mesmo que sequenciadas *a priori* de forma perfeitamente conhecida e determinística, poderem resultar processos de fabrico com comportamento globalmente errático, e.g., o aparecimento de congestionamentos com dinâmica imprevisível. Por exemplo, é por todos sabido que quando há um pequeno acidente numa auto-estrada que não implica a interrupção da via, o acidente propaga-se a toda a fila de carros causando paragens que parecem, ao condutor, determinadas de forma aleatória (e.g., o tempo de espera até passar o local do acidente). Este fenómeno conjectura-se que aconteça por a aceleração dos automóveis aumentar quando a distância entre eles também aumenta, Nagel e Herrmann.(1993), i.e., o tempo de serviço decresce com o aumento do tamanho da fila de espera.

Neste trabalho tentamos aplicar a teoria dos modelos caóticos a este tipo de problemas de gestão. Apesar de ser um estudo exploratório que precisa, num caso concreto, de ser complementado com a medição da variação dos tempos de operação dos servidores em resposta a alterações da carga de trabalho, levanta pistas quanto à necessidade de haver estratégias de controlo da situação que poderão parecem sub-óptimas, e.g., a introdução de um período de folga entre as operações de forma a manter uma cadência regular.

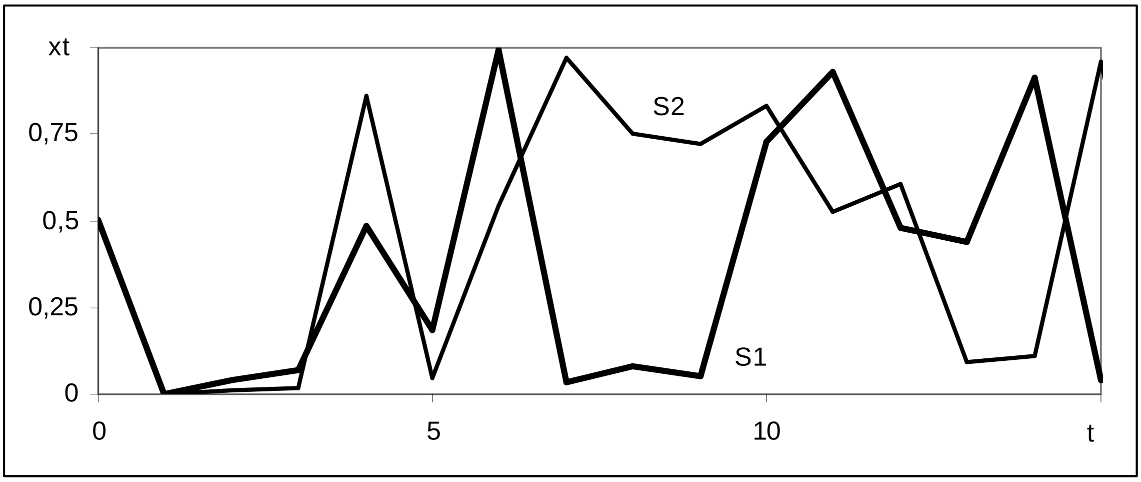
2. MODELOS CAÓTICOS

Até Jacques Hadamard (1898) pensava-se que em modelos determinísticos, i.e., modelos em que se conhecem os valores dos parâmetros, a forma funcional e em que não existe nenhuma componente aleatória, exibem sempre uma dinâmica perfeitamente antecipável. No entanto, hoje sabe-se que tal não é verdade. Por exemplo, no mapa logístico

$$x_t = 4x_{t-1}(1 - x_{t-1}) \tag{1}$$

as trajectórias dos pontos iniciais apenas são previsíveis se conhecermos com exactidão o valor inicial $x_0 \in [0,1]$ e pudermos determinar todos os pontos da trajectória de forma exacta (i.e., com um número infinito de casas decimais). Na figura 1, apresentamos a título ilustrativo duas trajectórias, S_1 e S_2, em que para S_1 o ponto inicial é x_0 = 0.5001 e em que para S_2 é x_0 = 0.5002. Apesar da proximidade das condições iniciais (compatíveis com um potencial erro de medida), rapidamente as respectivas trajectórias divergem acentuadamente. Assim, um pequeno erro de medida (como previsto pelo Princípio da Incerteza de Heisenberg) torna impossível a previsão de médio ou longo prazo do sistema.

Fig1 – Duas trajectórias caóticas do mapa logístico

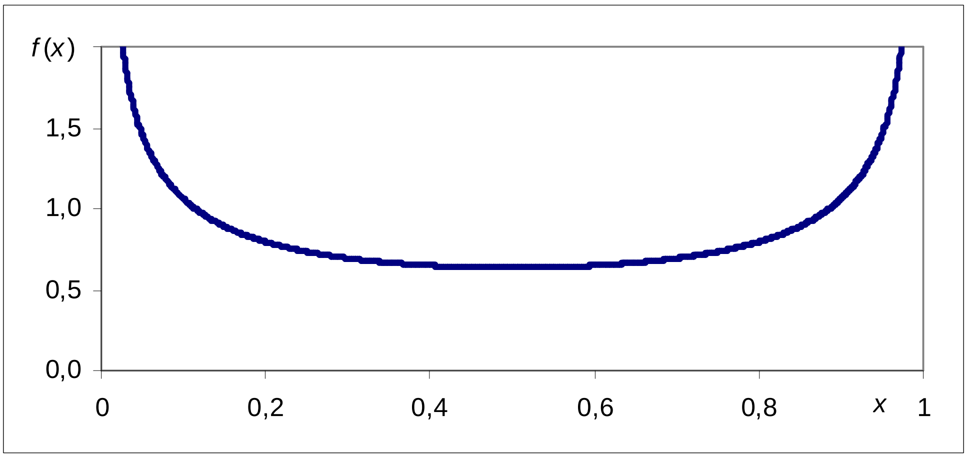


Quando num sistema dinâmico todos os conjuntos invariantes têm ou medida nula ou medida unitária, com respeito a uma distribuição de probabilidade, (i.e., a probabilidade das trajectórias passarem num determinado ponto é estacionária), estamos em presença de um sistema que se denomina por ergódico. Em termos do observador, estes sistemas comportam-se como se fossem estocásticos com uma dada função distribuição, i.e., tendem em probabilidade para uma forma limite que é independente das condições iniciais. No exemplo do mapa logístico definido em (1), a função densidade de passagem das trajectórias por um pontos (semelhante a uma função densidade de probabilidade) pode ser determinada analiticamente, Ulam e von Neumann (1947), ver expressão (2) e figura 2.

$$f(x) = \frac{1}{p\sqrt{x(1-x)}} \qquad (2)$$

As séries caóticas são de grande importância prática porque, por exemplo, permitem que os computadores digitais (que operam deterministicamente) consigam gerar sequências de números que pareçam aleatórios (e que se denominam por pseudo-aleatórios) de forma a tornar possível a implementação do Método de Monte Carlo. Uma das primeiras vezes em que foi usada uma série caótica, a série do 'meio do quadrado', foi nos cálculos associados à produção das primeiras bombas atómicas (Eckhardt, 1987).

Fig.2. Distribuição estatística das trajectórias típicas do mapa logístico.



3. A GESTÂO DE OPERAÇÔES COM TEMPOS CAÓTICOS

Observa-se que o tempo de processamento de qualquer servidor humano se adapta à carga de trabalho que tem: quando há muitas tarefas para executar, o servidor demorará menos tempo por tarefa do que quando há poucas tarefas. Isto faz com que o tempo do servidor possa ser modelizado como um processo retroalimentado (de *feedback*), i.e., x_t é uma função de x_{t-1}. Sendo x_t o tamanho da 'lista de tarefas' planeado para ser executada pelo servidor, então a quantidade de tarefas que serão realizadas num período, y_t, virá dada por:

$$y_t = f(x_t),\ f'(x_t) > 0\,. \qquad (3)$$

Como as tarefas entretanto realizadas saem da lista e outras entram (a partir de servidores que precedem este), o tamanho da lista passará a ser:

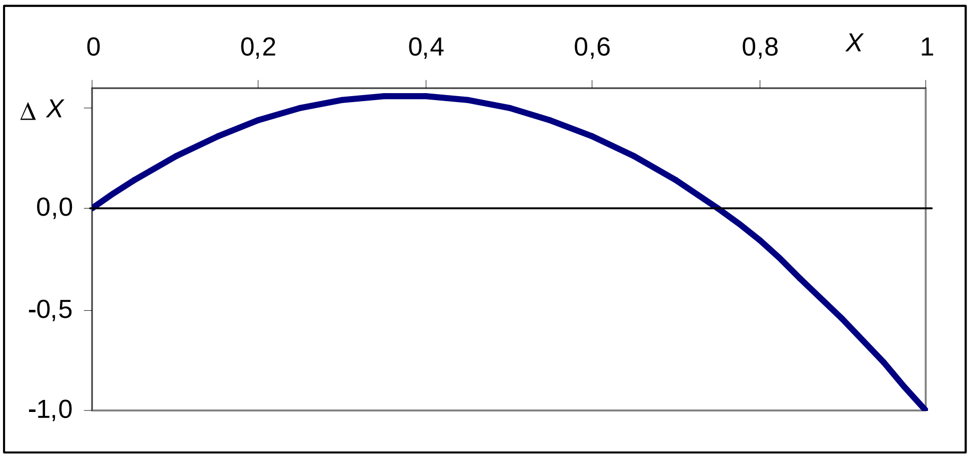
$$x_t = x_{t-1} + [z_{t-1} - f(x_{t-1})] \qquad (4)$$

Neste processo, z_t, o influxo de novas tarefas, também varia com x_{t-1}: o operador vendo que existe muita carga de trabalho no servidor seguinte diminui a sua cadência (z_t diminui quando x_{t-1}, aumenta). Conjugando (4) com (1), obtém-se a expressão seguinte.

$$f(x_t) - z_{t-1} = -4x_{t-1}^{\ 2} + 3x_{t-1}, \tag{5}$$

Deste modelo constata-se que o comportamento caótico poderá surgir na linha de servidores desde que se verifique que as 'listas de tarefas' de tamanho pequeno tenham tendência a aumentar e as 'lista de tarefas' de tamanho grande tenham tendência a diminuir (ver figura 3). Esta situação é possível de acontecer porque a alteração do comportamento dos servidores anteriores é neste sentido (haverá uma tendência para acelerar a cadência de trabalho quando o servidor seguinte está sub-utilizado, e vice-versa) e a alteração do comportamento do próprio servidor também é neste sentido (haverá uma tendência para desacelerar a cadência de trabalho quando o servidor está sub-utilizado, e vice-versa).

Fig. 3. – Modelo de retroalimentação em que surgem congestionamentos caóticos (modelo logístico)



4. CONCLUSÃO

Neste trabalho, exploramos a possibilidade de ocorrência de congestionamentos caóticos em linhas de produção com servidores sequenciais. Da discussão teórica, ficamos com a sensação que a existência de servidores que trabalham mais depressa quando o volume de tarefas a executar é elevado e o servidor seguinte tem um pequeno volume de tarefas é potenciador do surgimento de comportamentos caóticos. Sendo que tal comportamento se verifica, terá que ser implementada um estratégia de controlo sempre que surja um comportamento errática, i.e., caótico. Por exemplo, essa estratégia poderá ser a introdução de um período de paragem entre as operações de forma a que o tempo de execução não varie com o tamanho da fila de espera.

No sentido de, no concreto, ser avaliada a possibilidade de aparecimento de comportamento caótico, terá que ser estimada a resposta dos servidores e verificado se a resposta é compatível (pelo menos durante algum período de tempo e para alguns regímens de trabalho) com os modelos caóticos conhecidos de que o modelo logístico representado na figura 3 é um exemplo.

REFERÊNCIAS

ECKHARDT, R. (1987), "Stan Ulam, John Von Neumann, and 'The Monte Carlo Method'", *Los Alamos Science*, *Special Issue*, 15, pp. 131-137.

FRIEDMAN, E. J. e A. S. LANDSBERG (1996), "Long Run Dynamics of Queues: Stability and Chaos", *Operations Research Letters,* 18, pp. 185-191.

HADAMARD, J. (1898) "Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques", *Journal de Mathématique Pure et Appliquée*, 4, pp. 27-73.

HAXHOLDT, C., A. VAN ACKERE e E. R. LARSEN (2003), "Mode Locking and Chaos in a Deterministic Queueing Model with Feedback", *Management Science*, 49, pp. 816-830.

NAGEL, K. e H. J. HERRMMANN (1993), "Deterministic models for traffic jams", *Physica A*, 199, pp. 254-269.

ULAM, S. M. e J. VON NEUMANN (1947), "On combination of stochastic and deterministic processes", *Bulletin of the American Mathematical Society*, 53, p. 1120.