CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DE UM MODELO DE CICLOS ECONÓMICOS DE BASE MICROECONÓMICA POR MÉTODOS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

PEDRO COSME DA COSTA VIEIRA

FACULDADE DE ECONOMIA

UNIVERSIDADE DO PORTO

1997

CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DE UM MODELO DE CICLOS ECONÓMICOS DE BASE MICROECONÓMICA POR MÉTODOS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

PEDRO COSME DA COSTA VIEIRA

Dissertação apresentada na Faculdade de Economia do Porto, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Economia – ramo Economia da Empresa.
Orientação do Prof. Doutor Américo Mendes.

Porto e FEP, Março de 1997.

Este trabalho não teria sido possível realizar sem a orientação do Prof. Doutor Fernando Teixeira dos Santos, Prof. Doutor Álvaro Aguiar e do Prof. Doutor Américo Mendes. Qualquer erro ou omissão é de minha responsabilidade.

E de forma remota, não teria sido possível sem o Criador de Adão e Eva.

Índice

Índice de figuras

Índice de quadros

1. Introdução

Partindo de um quadro axiomático reduzido vamos construir um modelo que represente o comportamento de algumas variáveis económicas. Como o quadro axiomático define o comportamento individual de agentes económicos e as variáveis que vamos estudar são variáveis agregadas, estaremos perante uma tentativa de construir um modelo macroeconómico com fundamentação microeconómica.

Como os modelos que partem de comportamentos individuais sem usar como função agregadora o "elemento representativo" são complexos, a derivação desses modelos torna-se impossível analiticamente sendo necessário lançar mão de métodos numéricos (matemática do discreto). O uso de métodos numéricos não é mais que experimentação com agentes descritos por um modelo matemático simples. O poder de modelização virá da possibilidade de estudar modelos complexos criados pela interacção de uma grande número de agentes simples em simultâneo mas teremos como desvantagem a necessidade de parametrizar o modelo (atribuir forma funcional) e calibrar os parâmetros (propor valores para os parâmetros e para as variáveis independentes). A simulação será apenas um resultado pontual do modelo mas o facto de podermos fazer um número ilimitado de experiências permite-nos obter nuvens de pontos que poderão ser usadas como observações num modelo econométrico.

Trata-se, pois, de um exercício na área que se designa por *Computational Economics*.

O nosso modelo será complexo por tentarmos introduzir três das facetas mais difíceis de tratar em problemas macroeconómicos: a fundamentação microeconómica, o dinamismo e a agregação. Partiremos de agentes individuais maximizadores de uma função utilidade intertemporal, teoria neoclássica, ([Jeremy Bentham (1948, p.1, 1ª ed. 1789)- "La Nature a placé l'Humanité sous le gouvernement de deux souverains maîtres, *la douleur e le plaisir...*, Par *principe d'utilité*, on entend ce principe qui approuve ou désapprouve chaque action, quelle qu'elle soit, en fonction de la tendance qu'elle paraît avoir à augmenter ou diminuer le bonheur de la partie dont l'intérêt est en cause."] e [Eugen von Böhm-Bawerk (1891)- "Nous préférions les biens présents aux biens à venir"]) restringido à existência de uma tecnologia disponível. Ao procedermos desta forma procuramos dar corpo aquilo que Lucas preconiza quando diz "We need a deeper idea of what we mean by ‘structure’, not because ‘depth’ is desirable in itself ..., but because a model has to be able to isolate those aspects of behavior that remain invariant to policy shifts from those that do not if it is to be of any use in assessing the consequences of the shift.” - Robert E. Lucas Jr. (1987, pp. 11-12).

Para parametrizar o modelo teremos, em primeiro lugar, que formalizar a tecnologia e os gostos e, em segundo lugar, o modo de interacção entre os diversos indivíduos presentes, a informação disponível, como serão geradas as expectativas quanto ao futuro e as restrições a que estará sujeita a tecnologia (que em economia se denomina por escassez de recursos).

Inicialmente, para abstrairmos da maior parte destes problemas, consideramos uma economia invariante no tempo com apenas um indivíduo e só com variáveis reais. Na literatura este tipo de modelos é denominado "à la Robinson Crusoe"[1]. Iremos experimentar várias formas funcionais escolhendo formas compatíveis com comportamentos estilizados da teoria económica.

Numa segunda fase vamos multiplicar o número de agentes, desdobrando-os em dois tipos distintos, trabalhadores e proprietários, introduzir choques exógenos, incerteza e informação imperfeita.

Numa terceira fase introduziremos variáveis nominais, moeda, e mercados onde interactuam os diversos agentes individuais de forma dinâmica. Criamos um circuito económico[2] dinâmico com transacções em mercados em equilíbrio dinâmico.

Por fim relaxaremos a imposição de vida infinita dos indivíduos, apresentando a derivação numérica do comportamento individual com horizonte temporal limitado a 70 períodos[3] o que permitirá também estudar a dependência entre o comportamento e a idade.

Chamamos à atenção para o facto de que apesar de o objectivo central do nosso trabalho ser o estudo de um modelo dinâmico, a parcela maior do trabalho incidirá sobre problemas de agregação (em várias direcções):

---

[1]Ver e.g. Robert J. Barro (1984, pp.27-53).

[2]”Son, (Léon Walras), plus grand triomphe a été sa conception de l’économie comme un tout.” e isto em 1874, mas já anteriormente “Adam Smith avait eu, en 1776, l’intuition de l’economie érigée en système.” Robert Lekachman (p.274).

[3]R. Glenn Hubbard, Jonathan Skinner, and Stephen P. Zeldes (1994, pp. 174-179).

- Função produção: vamos trabalhar com vários produtores que actuam em concorrência oligopolista, na oferta de bens e serviços e na procura de mão de obra;

- Função consumo: a agregação será feita, ao contrário do caso da função produção, considerando concorrência perfeita do lado da procura de bens e serviços e vindo a função consumo agregada como a soma das funções consumo individual;

- Oferta de mão de obra: a decisão de oferecer trabalho está contida no problema de maximização da utilidade; iremos também considerar concorrência perfeita do lado da oferta de mão de obra e teremos a função agregada como a soma das funções individuais;

- Mercados: existirá apenas um mercado em equilíbrio onde se trocará mão de obra por bens e serviços; no inicio o equilíbrio será estático, no sentido de a procura igualar a oferta em cada instante, aparecendo depois a possibilidade de instantaneamente termos um desequilíbrio que será uma força na dinâmica dos preços.

2. Motivação

O nosso trabalho começou pela observação da impossibilidade da Estática Comparada em descrever as trajectórias das grandezas entre períodos de crescimento sustentado, *steady state*. Em particular, no modelo de Friedman (1968, p.29), em que a taxa de inflação é um fenómeno puramente monetário, sendo, em regime de crescimento sustentado igual à taxa de crescimento do stock nominal de moeda diminuída da taxa de crescimento económico, não se consegue modelizar o que se passa em períodos de transição entre dois níveis de crescimento sustentado, em resultado duma variação do stock real de moeda detida pelos agentes. Propondo uma trajectória não oscilante para o período transitório teríamos na figura 1 um comportamento possível.

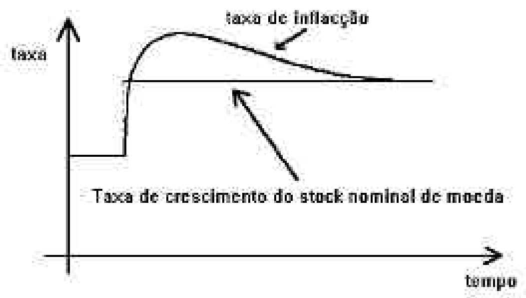


Fig. 1 - A inflação em Friedman

A ideia inicial seria trabalhar na construção de um modelo dinâmico que conseguisse descrever o transiente entre um estado e outro. Como a ideia de transiente está muito ligada aos ciclos económicos, fizemos uma pesquisa bibliográfica à volta deste tema. Schumpeter, Kuznets, Baumol e Hamberg deram-nos uma perspectiva histórica do tema. Os ciclos económicos, que se caracterizam por oscilações de duração razoável das variáveis macroeconómicas ao longo do tempo ganharam importância por poderem ser condicionantes do longo prazo via mecanismos de propagação e amplificação. Schumpeter (1939) afirma mesmo que sem ciclos económicos não poderia haver crescimento económico. Robert Lucas Jr. (1987) numa aula que deu em Helsínquia em Maio de 1985 na qual faz o ponto da situação relativamente à Teoria da Dinâmica Económica[4], apresenta o modelo de Kydland-Prescott (1982). K&P proponhêm um modelo no qual existem agentes que maximizam uma função utilidade descontada com um factor de risco. Propondo formas funcionais e valores para parâmetros por calibragem obtêm, por simulação, um modelo da flutuação das grandezas reais de uma economia fruto de choques tecnológicos, também reais. Lucas critica o modelo por conter apenas a parte real. Na opinião de vários autores, Lucas incluído, os choques reais não explicam completamente as oscilações das variáveis reais[5] podendo choques monetários ou mecanismos de propagação dos choques reais através de variáveis monetárias serem factores muito importantes. Ainda segundo Lucas, para a moeda ser introduzida é obrigatório haver necessidade de trocas e para tal a economia terá que ter transacções descentralizadas[6]. Esta aula do Lucas transformou-se na pedra angular do nosso trabalho juntamente com o artigo de Siro Lombardi (1992) que trata do uso da simulação como método de investigação em economia. O artigo é epistemológico e não apresenta nenhuma aplicação prática mas permite enquadrar a nossa necessidade de derivação numérica do modelo numa corrente de investigação actual.

Lombardi defende que as teorias criadas com vista à derivação algébrica e à validação empírica têm que ser simples. Como a realidade é complexa por natureza, a estilização que leva à construção de teorias simples, não permitirá o estudo de aspectos importantes. Serão três esses aspectos. O primeiro prende-se com os "processos de

---

[4]Do inglês - "Dynamic Economic Theory".

[5] " ...Friedman and Schwartz [(1963) ... observed that] real movements appear to be too large to be induced by a combination of purely real shocks..." loc. cit. Robert E. Lucas Jr. (1987).

[6] "Money has value in exchange but not in use, so to think about money we need to think about exchange... one thus need to imagine that trading is decentralized in some way." - Robert E. Lucas Jr. (1987).

ajustamento em desequilíbrio", o segundo com a "interacção entre estruturas macroeconómicas e comportamentos microeconómicos - problema da agregação" e o terceiro com a "evolução estrutural provocada por alterações de ordem social" derivada de o sistema económico ser um subsistema da sociedade. Teoriza que dado o facto das teorias/modelos complexos não poderem ser derivados algebricamente, a falta de observações para os validar torna necessária a simulação dos processos. Dessa simulação com modelos económicos complexos poderemos obter quasi-dados empíricos de forma barata. A confiança que depositamos nessas séries "não observáveis" depende da calibragem do modelo com séries conhecidas.

3. Axiomas do modelo

Neste ponto vamos começar a formalizar o nosso modelo. Será uma forma geral baseada num conjunto de dois axiomas. O primeiro será referente à motivação dos agentes para tomar decisões e o segundo refere-se às restrições que condicionam as mesmas tomadas de decisão.

Os agentes que estudaremos no nosso mundo são agentes individuais e o seu comportamento tem em vista o seu bem estar individual.

3.1. Primeiro axioma: existência de preferências

Cada agente tem capacidade de decisão e decide tendo como finalidade última maximizar a sua utilidade esperada.

Os agentes são altruístas no sentido de que a sua utilidade depende positivamente da utilidade dos seus descendentes[7].

3.2. Segundo axioma: existência de tecnologia

Existe uma relação funcional entre as diversas componentes de cada vector acção contido no conjunto das acções possíveis que é restritiva do espaço de decisão.

Vamos começar por um modelo muito simples que será depois complicado progressivamente. Se se pretender dar uma ilustração real do modelo podemos considerá-lo como a descrição de uma economia rural de subsistência. Nesta economia,

[7]Este facto é equivalente a os agentes terem vida infinita. Blanchard, Olivier e Ficher, Stanley (1989, p. 104).

com trabalho, terra e água, obtém-se milho[8]. A colheita será feita apenas uma vez no ano[9].

Estes dois axiomas expostos assim de forma geral servem apenas de ponto de partida sendo necessário agora propor hipóteses aceitáveis até termos um modelo que responda aos objectivos que nos propomos atingir.

Definição de decisão: existe um espaço vectorial, espaço de decisão, que contém todas as acções possíveis de tomar por dado agente. Decidir é escolher um vector dentro desse espaço vectorial, existindo sempre um que é pelo menos tão bom como qualquer outro vector.

Estado do sistema: existe um conjunto de parâmetros e variáveis que caracterizam em cada instante o estado do sistema que será limitativo das possibilidade de decisão.

Vamos experimentar a situação com os trabalhadores donos da terra onde cada trabalhador emprega o seu esforço. A acrescentar a estes dois factores de produção temos a água o que nos irá permitir experimentar choques exógenos. Posteriormente separaremos os detentores da terra dos fornecedores de mão de obra.

4. Trabalhador dono da terra

4.1. Preferências e Tecnologia

Cada trabalhador pode escolher um vector (c,l) a cada instante, onde c é o consumo instantâneo e l é o trabalho instantâneo. Quando necessário usaremos o índice i para nos referirmos a um trabalhador particular e o índice t para nos referirmos a um instante particular. O trabalhador irá maximizar a utilidade esperada, que traduzirá as suas preferências, tendo como resultado as suas funções comportamento:

$$\left\{ \boldsymbol{c_t}, \boldsymbol{l_t} : \boldsymbol{v_t} = \max \int_{\boldsymbol{t}}^{\infty} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{c_s}, \boldsymbol{l_s}).\boldsymbol{e}^{-\rho.(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{t})}.\boldsymbol{ds},\ \boldsymbol{s.a.}\ \mathrm{c}_{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{l_s}) \right\} \qquad \textbf{(1)}$$

Trata-se da maximização de uma utilidade intertemporal. A utilidade obtida no futuro é descontada para o presente sendo ρ a taxa marginal de substituição entre

---

8 Em termos gerais teremos trabalho, capital e outro factor que permitem produzir um bem homogéneo.
9 Nem sempre será importante esta característica, podendo-se não considerar.

consumo presente e consumo futuro (factor de desconto). O trabalhador estará sujeito a restrições na sua maximização que serão impostas pela tecnologia e pelo estado do sistema.

Definida exogenamente a quantidade de terra que o agente possui, K_t, e a quantidade de água, z_t, a produção vai ser uma função monótona[10] crescente da quantidade de trabalho, l_t. Para um dado trabalhador teremos uma produção anual de milho, Y, sendo T um ano[11], em que y representa a função produção instantânea:

$$\begin{aligned} & Y_t = \int_{t-T}^{t} y(l_s, K_s, z_s).ds \\ & \text{s.a. } K_s, z_s \end{aligned} \tag{2}$$

Sendo o consumo total no ano seguinte, C, dado por: $\boldsymbol{C} = \int_{t}^{t+T} \boldsymbol{c_s.ds}$, obteremos as restrições a que estará sujeito o trabalhador:

$$\begin{aligned} & \text{Stock}_{\text{inicial}} + \int_{t-T}^{t} y(l_s, K_s, z_s).ds = \int_{t}^{t+T} c_s.ds + \text{Stock}_{\text{final}} \\ & \text{s.a. } K_s, z_s \end{aligned} \tag{3}$$

O nosso sistema de equações não poderá ser resolvido sem termos formas funcionais para a função utilidade, u, e para a função produção, y. As funções consumo, c_t, trabalho, l_t, salário real, w_t, e stock final, $\text{Stock}_{\text{final}}$ dado o stock inicial, $\text{Stock}_{\text{inicial}}$, serão o resultado da solução do modelo.

Teremos como variáveis exógenas a quantidade de água, z_t, e de terra, K_t.

Vamos propor formas funcionais o mais simples possíveis que no entanto só serão aceites se as funções consumo e trabalho dai derivadas e se as próprias formas funcionais não negarem factos estilizados aceites.

Começaremos por uma análise estática em que todas as variáveis são invariantes no tempo. Sobre esta realidade analisaremos as implicações da existência de choques exógenos não antecipados. Numa segunda fase incorporaremos choques exógenos

---

[10]Nos manuais de matemática aparecem os termos monotonia e monótona que têm como contrapartida nos textos económicos monotocidade e monotónica que corresponde à tradução dos termos ingleses *monotonicity* e *monotonic* (Varian,1990).

[11]Esta função só é valida para o instante da colheita. Para todo o instante diferente teremos: Yt=0.

antecipados e veremos se o comportamento dos agentes se altera. Posteriormente estudaremos a implicação da forma funcional da utilidade esperada ser não linear e da existência de custo de stockagem. Por fim introduziremos a possibilidade de existência de poupança remunerada.

4.2. Modelo sem choques exógenos

4.2.1. Pressupostos e derivação do modelo

As grandezas são invariantes no tempo:

- só temos um trabalhador que detém toda a terra em quantidade K;
- a quantidade de água é representada por z;
- a quantidade de trabalho é representada por l;
- a função de utilidade instantânea é linear e aditiva:

$$u(c,l) = Ucn.c - Utr.l \qquad (4)$$

- a função de produção será de tipo Cobb-Douglas, homogénea e linear:

$$Y_t(l,K,z) = \int_{t-T}^{t} y(l,K,z).ds = A.l^a.z^b.K^{1-a-b}.\mathrm{T},\ a,\ b \text{ e } (a+b) \in\ ]0,1[\qquad (5)$$

- Os agentes não poupam nem investem.
- Consumo = Y_t/T (Produção a dividir pela duração do ano) é constante (que é uma imposição exógena que no entanto virá como implicação da maximização quando a função utilidade é sub aditiva).

A quantidade de trabalho óptima é constante ao longo do tempo, o que nos ajudará bastante na manipulação algébrica. Este facto deriva do indivíduo ter vida infinita e da produtividade do trabalho ser invariante no tempo.

A quantidade produzida de bens e serviços será igual de ano para ano. Este facto deriva da quantidade de trabalho ser constante ao longo do tempo e da não existência de variações na variável exógena z.

Os parâmetros do modelo serão Ucn, utilidade marginal do consumo; Utr, desutilidade marginal do trabalho, A, α e β, parâmetros da função de produção.

Iremos agora derivar as funções quantidade de trabalho e quantidade de consumo:

$$\left\{ c, l: \nu = \max \int_{t}^{\infty} (\mathrm{Ucn.c} - \mathrm{Utr.l}).\boldsymbol{e}^{-\rho.(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{t})}.\boldsymbol{ds},\ \boldsymbol{s.a.}\ c = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{l}) \right\} \tag{6}$$

Integrando a função utilidade, $U = \frac{Ucn}{r}.c - \frac{Utr}{r}.l,\ \ s.a.\ c = f(l)$, e substituindo o consumo pela produção, $c = \frac{Y_t}{T}$, com $Y_t = A.l^{\alpha}.z^{\beta}.K^{1-\alpha-\beta}.T,\ \text{s.a. } K, z$, obtemos a solução para (6) resolvendo o sistema de equações das derivadas parciais:

$$l = \left(\frac{Ucn}{Utr}.\alpha.A.z^{\beta}.K^{1-\alpha-\beta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}},\ \ \text{s.a. } K, z \tag{7}$$

$$c = A^{\frac{1}{1-\alpha}}.z^{\frac{\beta}{1-\alpha}}.K^{\frac{1-\alpha-\beta}{1-\alpha}}.\left(\alpha.\frac{Ucn}{Utr} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}},\ \ \text{s.a. } K, z \tag{8}$$

Onde podemos observar que um choque positivo na variável z, que é equivalente a um aumento do rendimento unitário do trabalho, implica um aumento da quantidade de trabalho realizado (a oferta de trabalho é crescente com o rendimento marginal do trabalho) variando, no entanto, menos que proporcionalmente, $\beta/(1-\alpha)$. O consumo vem aumentado via efeito rendimento, β, e via efeito substituição, $\alpha.\beta/(1-\alpha)$.

Um progresso técnico causa um aumento mais que proporcional, $(1-\alpha)^{-1}$, quer no consumo, quer na quantidade oferecida de trabalho, sendo um factor importante de crescimento do produto.

O agente considerou que existia um conjunto de restrições definidoras do seu espaço de acção e tomou a melhor decisão possível, que em termos topológicos terá sido num ponto fronteira do mapa do espaço de decisão. A simulação de estática comparada analisará qual será o sentido da alteração do comportamento pelo alterar das restrições e consequentemente do mapa do espaço de decisão, mas partindo do pressuposto que o indivíduo não sabia da possibilidade de existência dessa alteração. Iremos agora ver o comportamento quando existe uma antecipação dos choques exógenos.

4.3. Com choques exógenos antecipados

4.3.1. Pressupostos e derivação do modelo

Há um ano bom, ano$^+$, em que a quantidade de água é maior, seguido de um ano mau, ano$^-$, em que a quantidade de água é menor, repetindo-se a sequência indefinidamente. Os agentes sabem desta regularidade.

Relativamente ao caso anterior altera-se o seguinte:

- quantidade de água no ano$^+$ = z^+ e quantidade de água no ano$^-$ = z^-, ;

- o consumo no ano$^+$ é representado por c^- e no ano$^-$ é representado por c^+ (no ano$^+$ consome-se o que se produziu no ano$^-$ e vice versa);

- a quantidade de trabalho no ano$^+$ é representado por l^+ e no ano$^-$ é representado por l^-;

- existirá poupança no ano$^+$ que será consumida no ano$^-$ de modo a regularizar o consumo;

- no conjunto de dois anos consecutivos não existe poupança, não existindo investimento em nenhum dos anos;

- no ano$^+$ produz-se a quantidade Y^+ e no ano$^-$ produz-se a quantidade Y^-;

- A produção do conjunto de dois anos, $Y^+ + Y^-$, é constante.

Teremos que analisar duas situações ligeiramente diferentes: quando estamos no início de um ano$^+$ e quando estamos no início de um ano$^-$.

Os trabalhadores terão que maximizar, $\boldsymbol{s.a.}$ $c^+ = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{l}^-, \boldsymbol{l}^+)$, $c^- = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{l}^-, \boldsymbol{l}^+)$[12]:

Inicio de ano$^+$:

$$U_t = \int_t^{t+T}\left(Ucn.c^+ - Utr.l^+\right).e^{-r.(s-t)}.ds + \int_{t+T}^{t+2T}\left(Ucn.c^- - Utr.l^-\right).e^{-r.(s-t+T)}.ds + \quad \textbf{(9)}$$

$$+ \int_{t+2T}^{t+3T}\left(Ucn.c^+ - Utr.l^+\right).e^{-r.(s-t+2T)}.ds + \ldots$$

Início de ano$^-$:

12 Ou de forma equivalente $\text{s.a. } c^+ = f(l^-) + St,\ c^- = f(l^+) - St$

$$U_t = \int_t^{t+T} \left(Ucn.c^- - Utr.l^-\right).e^{-r.(s-t)}.ds + \int_{t+T}^{t+2T} \left(Ucn.c^+ - Utr.l^+\right).e^{-r.(s-t+T)}.ds + \qquad \textbf{(10)}$$
$$+ \int_{t+2T}^{t+3T} \left(Ucn.c^- - Utr.l^-\right).e^{-r.(s-t+2T)}.ds + \ldots$$

Se designarmos $\int_t^{t+T} \left(Ucn.c^+ - Utr.l^+\right).e^{-r.(s-t)}.ds$ por U^+ e

$\int_t^{t+T} \left(Ucn.c^- - Utr.l^-\right).e^{-r.(s-t)}.ds$ por U^- virá, para o início do ano$^+$:

$$U = \left(U^+.\sum_{i=0}^{\infty}(-1)^{i+1}.e^{-i.r.T} + U^-.\sum_{i=0}^{\infty}(-1)^{i+1}.e^{-i.r.T}\right) = U^+.\left(-\frac{1}{1+e^{-r.T}}\right) + U^-.\left(-\frac{e^{-r.T}}{1+e^{-r.T}}\right) \qquad \textbf{(11)}$$

No início de um ano$^-$ a situação será inversa.

Se fizermos umas pequenas simplificações[13] passaremos a considerar a situação média:

$$U \approx \frac{Ucn}{r}.\left(c^+ + c^-\right)/2 - \frac{Utr}{r}.\left(l^+ + l^-\right)/2 \qquad \textbf{(12)}$$

Associando ao facto de no conjunto de dois anos não existir poupança o facto de existir poupança no ano$^+$ para o ano$^-$, obtemos $c^+ + c^- = \frac{Y^+ + Y^-}{T}$ que substituindo em (12) juntamente com a função produção (4), nos permite obter:

$$U = \frac{Ucn}{2.r}.A.\left(l^{+a}.z^{+b} + l^{-a}.z^{-b}\right).K^{1-a-b} - \frac{Utr}{2.r}\left(l^+ + l^-\right) \qquad \textbf{(13)}$$

$s.a.\ K,\ z^+,\ z^-$

O valor do stock não aparece na expressão o que torna indeterminado o valor óptimo do mesmo. Este facto implica ser indiferente para o consumidor ter consumo regular ou irregular, resultado que deriva directamente de termos uma função utilidade linear. O máximo desta função (13) usando l^+ e l^- como variáveis dá-nos os valores para a quantidade de trabalho:

$$l^+ = \left(\frac{Ucn}{Utr}.a.A.z^{+b}.K^{1-a-b}\right)^{\frac{1}{1-a}},\ l^- = \left(\frac{Ucn}{Utr}.a.A.z^{-b}.K^{1-a-b}\right)^{\frac{1}{1-a}} \qquad \textbf{(14)}$$

$s.a.\ K,\ z^+,\ z^-$

---

[13]Se ρ for pequeno, e pensando que T=1, poderemos fazer $e^{-\rho.T} = 1 - \rho.T$. Temos também que menosprezar ρ.T relativamente a 2.

Onde podemos observar que o facto de o trabalhador saber que vai existir um choque exógeno o faz reagir mais intensamente que quando não sabia, ex-ante, da existência do mesmo. Calculando a elasticidade arco ε(l,h), com h= z^+/z^-,

$$\varepsilon(l,h)=\frac{h^{\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)}-1}{h^{\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)}+1}\cdot\frac{h+1}{h-1} \qquad \textbf{(15)}$$

observamos que é maior que a elasticidade calculada anteriormente, $\beta/(1-\alpha)$. O trabalhador sabendo da irregularidade faz uma transferência de trabalho entre um período com menor produtividade marginal e outro de maior produtividade marginal até se tornarem iguais. Enquanto, no caso não antecipado, se observava um efeito substituição entre descanso e consumo no momento em que se observava o choque, agora também, se observa um efeito substituição intertemporal.

4.4. Modelo com uma função de utilidade não linear

Termos usado uma função utilidade linear implicou ser indiferente consumir tudo num instante ou repartir o consumo ao longo do tempo o que não é aceitável. Vamos manter os mesmos pressupostos do caso anterior (com choques exógenos antecipados) acrescentando uma função de utilidade sub-aditiva relativamente ao consumo. A forma funcional que adoptamos poderia ser outra qualquer que garantisse ser a utilidade crescente com o consumo, u’>0, mas a taxas decrescentes, u’’<0:

$$\boldsymbol{u(c_t, l_t) = Ucn.c_t^{\varphi} - Utr.l_t},\ \varphi<1 \qquad \textbf{(16)}$$

Por integração da equação (16) e transformando variáveis stock em variáveis fluxo, (st=St/T e y=Y/T), obtemos:

$$\left\{l^+,l^-:\nu=\max\left(\frac{Ucn}{2.\rho}.\left[\left(y^+-st\right)^{\varphi}+\left(y^-+st\right)^{\varphi}\right]-\frac{Utr}{2.\rho}.\left(l^++l^-\right)\right)\right\} \qquad \textbf{(17)}$$

$$\text{s.a. } y^+=f(l^+), y^-=f(l^-)$$

Nesta equação já aparece o valor do stock incorporado pelo que existirá um valor óptimo para o mesmo. Agora temos que achar o máximo de (17) usando st, l^+ e l^- como variáveis. Obtemos um sistema de três equações a três incógnitas:

$$\begin{cases} st = \frac{y^+ - y^-}{2} \\ \varphi.\alpha.\left(y^+ - st\right)^{\varphi-1}.\frac{y^+}{l^+} = \frac{Utr}{Ucn} \\ \varphi.\alpha.\left(y^- + st\right)^{\varphi-1}.\frac{y^-}{l^-} = \frac{Utr}{Ucn} \end{cases} \qquad \textbf{(18)}$$

$$\text{s.a. } y^+ = f(l^+), y^- = f(l^-)$$

Resolvendo o sistema de equações, virá:

$$\begin{cases} l^+ = \left[\frac{Ucn}{Utr}.j.a.\left(\frac{2}{1+\left(\frac{Z^-}{Z^+}\right)^{\frac{b}{1-a}}} \right)^{1-j} .\left(A.z^{+^b}.K^{1-a-b}\right)^j \right]^{\frac{1}{1-j.a}} \\ l^- = \left[\frac{Ucn}{Utr}.j.a.\left(\frac{2}{1+\left(\frac{Z+}{Z^-}\right)^{\frac{b}{1-a}}} \right)^{1-j} .\left(A.z^{-^b}.K^{1-a-b}\right)^j \right]^{\frac{1}{1-j.a}} \end{cases} \qquad \textbf{(19)}$$

$$s.a.\ z^+, z^-, K$$

Podemos observar uma alteração qualitativa importante relativamente à situação em que a função de utilidade era linear: é resultado da optimização o consumo ser constante ao longo do tempo[14]. Trata-se de um resultado sublinhado pelos estudiosos da função consumo como, por exemplo, Milton Friedman (1957): o consumo flutua relativamente menos do que o rendimento.

Relativamente ao comportamento da variável “quantidade de trabalho” não se nota alteração qualitativa pelo que se apenas quiséssemos estudar este aspecto poderíamos usar uma função utilidade “simplificada”.

Como usando a função de utilidade não linear resulta um comportamento de acordo com os factos estilizados conhecidos, será a forma funcional proposta na equação (16) a que iremos usar daqui em diante.

4.5. O Juro, a Poupança e o Consumo

---

[14] Para que se derive este resultado não é necessário assumir formas funcionais tão específicas para a função de utilidade, bastando assumir a concavidade e a separabilidade intertemporal da função de utilidade.

Até agora a poupança não era remunerada o que fazia com que ou não existisse, ou a existir que tivesse por fim apenas regularizar o consumo. Neste ponto, vamos introduzir remuneração da poupança.

Vamos usar o modelo sem choques exógenos, de forma a retirar a poupança para regularização do consumo. Já vimos que o agente tem um rendimento corrente, y, constante ao longo do tempo, do momento inicial até ao infinito.

Neste caso de partida, se não existir remuneração da poupança, a utilidade será $U_t = Ucn.y^j - Utr.l,\ \ s.a.\ y, l$.

O agente ao poupar s no instante presente consumirá apenas y-s, mas como recebe uma taxa de juro real r terá como contrapartida poder consumir em todos os instantes futuros[15] y + s.r. Esta nova possibilidade faz com que a utilidade seja dada pela seguinte expressão:

$$U_t^s = Ucn.\left[(y-s)^j.\left(1-e^{-r}\right)+(y+s.r)^j.e^{-r}\right]-Utr.l,\ \ s.a.\ y, s, l, r \qquad \textbf{(20)}$$

A poupança óptima maximizará a diferença $U_t^s - U_t$ para uma dada taxa de juro. Para determinarmos o nível de poupança óptimo teremos que maximizar essa diferença:

$$\left\{s:n = \max\left[(y-s)^j.\left(1-e^{-r}\right)+(y+s.R)^j.e^{-r} - y^j\right], s.a.\ y, R\right\} \qquad \textbf{(21)}$$

No caso da função de utilidade ser linear, φ=1, observa-se que se a taxa de juro for maior que a taxa de desconto o nosso indivíduo não consome[16]. No caso contrário, o indivíduo endivida-se o máximo que poder tendo consumo nulo no futuro.

O agente deverá poupar se a taxa marginal de substituição entre consumo presente e consumo futuro for menor que a taxa de juro. O facto da solução ser sempre uma solução de canto (ou consome tudo no presente ou não consome nada) é uma grande limitação desta formulação do modelo.

Se usarmos a função de utilidade não linear, φ<1, isso deixará de acontecer e a poupança será tal que:

---

[15] Poderia ser de forma equivalente: consumir no instante actual y-s e no instante imediatamente seguinte ter disponível o rendimento y+s.(1+r).

[16] Ao introduzir um nível de consumo mínimo será dizer que a função de utilidade é descontínua em C_0 vindo $du/dc = +\infty\ se\ c < c_0\ e\ du/dc = k\ se\ c > c_0$.

$$\boldsymbol{r}.\left(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{s}.\boldsymbol{r}\right)^{\varphi-1}.\boldsymbol{e}^{-\rho}-\left(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{s}\right)^{\varphi-1}.\left(1-\boldsymbol{e}^{-\rho}\right)=0 \qquad \textbf{(22)}$$

Que tem como solução o valor da taxa de poupança, que designamos por v, dada como o rácio entre a poupança e o rendimento, sendo este valor independente do rendimento e apenas dependente da taxa de desconto da utilidade, ρ, e da taxa de juro real, r:

$$\boldsymbol{r}.(1+\boldsymbol{v}.\boldsymbol{r})^{\varphi-1}.\boldsymbol{e}^{-\rho}-(1-\boldsymbol{v})^{\varphi-1}.\left(1-\boldsymbol{e}^{-\rho}\right)=0 \qquad \textbf{(23)}$$

Esta equação (23) não tem solução analítica pelo que iremos fazer o seu estudo por simulação numérica de forma a tabelarmos a função.

Tabelamos v(ρ,r) com φ=0.5:

ρ\r	4%	5%	6%
4%	-3.93%	32.30%	52.28%
5%	-60.33%	-4.89%	25.85%
6%	-126.86%	-49.19%	-5.84%

Quadro 1 - Resultados da Simulação Numérica de v(r ,r)

Em termos qualitativos, o comportamento derivado é idêntico ao do caso duma função de utilidade linear (o ponto de poupança nula não é exactamente quando a taxa de juro é igual à taxa de desconto da utilidade, mas quando a diferença é aproximadamente 0.1%), mas em termos quantitativos o comportamento derivado é muito mais aceitável: o valor da poupança é proporcional ao rendimento e proporcional à diferença entre a taxa marginal de substituição entre consumo presente e futuro, ρ, e à taxa de juro, r. Podemos ver a representação gráfica da função v(ρ-r) para φ=0.5:

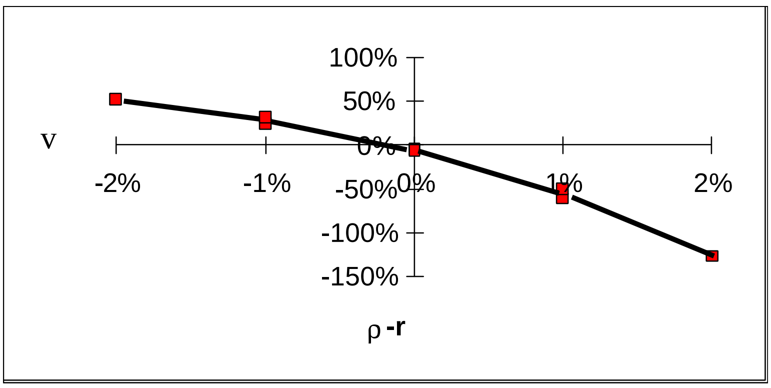


Fig. 2 - Taxa de Poupança vs. Taxa de Juro (dados do quadro 1)

4.6. Conclusões

Neste ponto que aqui termina estudamos o comportamento de um agente individual maximizador que é possuidor de todo o capital existente na economia. Partindo de um conjunto de dois axiomas conseguimos derivar, ora por manipulação algébrica ora por simulação numérica, funções de comportamento aderentes a factos estilizados da realidade económica:

- o agente aumenta a oferta de trabalho para um aumento do rendimento unitário do trabalho;

- observa-se quer um efeito rendimento quer um efeito substituição sobre o consumo quando existe um choque exógeno que altera o preço relativo do consumo e do lazer;

- o antecipar choques exógenos faz o agente constituir um stock para regularizar o consumo e trabalhar mais nos períodos em que o rendimento unitário é mais elevado, permitindo ficar numa situação melhor do que quando os choques não são antecipados;

- quanto à poupança, se a elasticidade de substituição intertemporal do consumo for inferior à taxa de juro existe poupança positiva e no caso contrário contrai dívidas, sendo a taxa de poupança proporcional à diferença entre a taxa de juro e a elasticidade de substituição intertemporal do consumo.

5. Trabalhadores sem terra e proprietários

No ponto anterior estudamos um agente que trabalhava na terra que possuía e da qual tirava o rendimento para o seu sustento. Neste ponto passaremos a ter trabalhadores sem capital e vamos introduzir um novo agente que é possuidor do capital, o proprietário, respondendo ambos os agentes à estrutura axiomática definida no ponto 3 (maximizadores num espaço de acção).

Nesta nova economia vão existir variáveis macroeconómicas tais como o nível de salário, nível de emprego e nível de produto, que serão obtidos pela agregação dos comportamentos individuais. Não existirá explicitamente um nível de preços porque o único bem que se produz funciona como unidade de valor.

Começaremos por estudar um modelo em que existe apenas um proprietário e um trabalhador que tomam o nível de salário como dado (ambos *price takers*). Dado o nível de salário, o proprietário irá determinar a quantidade de mão de obra que quer contratar e o trabalhador irá determinar a sua oferta de mão de obra. O salário de equilíbrio garantirá ser igual a oferta e a procura de mão de obra.

Numa segunda fase vamos estudar um oligopólio de proprietários em que existe um grande número de trabalhadores que concorrem entre si. Será um oligopólio em que a percentagem de terra que cada um possui é diferente, derivando-se num extremo o monopólio e no outro o pentopólio com quotas de terra iguais. Começaremos por fazer uma análise estática e posteriormente será feito o estudo da influência da existência de choques exógenos perfeitamente antecipados pelos agentes.

Por fim será feito um estudo sobre a implicação de não existir flexibilidade no nível de salário e no nível de emprego.

Na derivação do modelo será usado um misto de resolução algébrica e de simulação numérica[17] pelo que a maior parte dos resultados terão que ser apresentados de forma gráfica.

Estimaremos, a título de exemplificação, um modelo econométrico usando dados derivados da simulação numérica.

5.1. Um proprietário e um trabalhador *price takers*

5.1.1. Pressupostos e derivação do modelo

- Só existe um proprietário que possui todo o capital, K, e que paga um salário real por unidade de trabalho contratada, w. O proprietário pretende contratar ld unidades de trabalho;
- existe um trabalhador que pretende fornecer uma quantidade ls de trabalho ao proprietário em troca de um salário;
- o mercado de trabalho está em equilíbrio ou seja, a quantidade de trabalho que o trabalhador pretende fornecer será igual à quantidade de trabalho que o proprietário pretende contratar;
- os agentes são *price takers*;
- o salário é pago em simultâneo com o fornecimento de trabalho;
- não existe poupança, nem investimento.

5.1.2. Oferta de mão de obra

Dado w, o salário real por unidade de trabalho, o trabalhador vai oferecer ls unidades de trabalho de modo a maximizar a sua utilidade:

$$\left\{ ls: \nu = \max\left[\frac{Ucn}{\rho}.(ls.w)^{\varphi} - \frac{Utr}{\rho}.ls^{\gamma} \right] \right\} \quad \textbf{(24)}$$
$$s.a.\ w$$

A curva de oferta de mão de obra, ls, será então, a seguinte:

$$ls = \left(\frac{Ucn.\varphi}{Utr.\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma-\varphi}}.w^{\frac{\varphi}{\gamma-\varphi}} \Leftrightarrow w = \frac{ls^{\frac{\gamma-\varphi}{\varphi}}}{\left(\frac{Ucn.\varphi}{Utr.\gamma} \right)^{\frac{1}{\varphi}}} \quad \textbf{(25)}$$

5.1.3. Procura de mão de obra

Dado um salário real, o proprietário vai determinar um nível de emprego e de produção[18] também, de modo a maximizar a sua utilidade:

[17] Usamos a folha de cálculo Excel e programação em VB30 e Pascal para a simulação numérica.

[18] A maximização desta função será o mesmo que maximizar y-ld.w.

$$\left\{ ld\!:\nu = \max\left[\frac{Ucn}{\rho}.\left(y - ld.w\right)^{\alpha} \right]\right\} \tag{26}$$

$$s.a.\ y = A.ld^{\alpha}.Z^{\beta}.K^{1-\alpha-\beta},\ w$$

que tem como solução:

$$ld = \left(a\,.A.Z^{b}\,.K^{1-a-b}\right)^{\frac{1}{1-a}}.\left(\frac{1}{w}\right)^{\frac{1}{1-a}} \tag{27}$$

5.1.4. Valores de equilíbrio

. O mercado de mão de obra estará em equilíbrio quando a oferta de mão de obra igualar a procura, o que corresponde aos seguintes valores de salário, emprego e produção:

$$\begin{cases} w = \left\{ \dfrac{a\,.A.Z^{b}.K^{1-a-b}}{\left(\dfrac{Ucn.j}{Utr.g}\right)^{\frac{1-a}{g-j}}} \right\}^{\frac{g-j}{g-j\,.a}} \\[2ex] l = \left[\dfrac{Ucn.j}{Utr.g}.\left(a\,.A.l^{a}.Z^{b}.K^{1-a-b}\right)^{j} \right]^{\frac{1}{g-j\,.a}} \\[2ex] y = A.l^{a}.Z^{b}.K^{1-a-b} \end{cases} \tag{28}$$

Podemos observar que um choque exógeno positivo causa um aumento do salário real unitário[19], $\varepsilon(w,z) = \frac{\partial w}{\partial Z}.\frac{Z}{w} = \beta.\frac{\gamma - \varphi}{\gamma - \varphi.\alpha}$, tendo por isso uma influência procíclica no salário. À priori não poderemos garantir ser esse efeito menor que a unidade mas de diversas simulações que fizemos com valores "razoáveis" para os parâmetros deu sempre menor que a unidade: 1/7 no exemplo apresentado no quadro 2. O aumento do salário vem acompanhado por um aumento do nível de actividade, $\varepsilon(l,z) = \frac{\partial l}{\partial Z}.\frac{Z}{l} = \beta.\frac{1}{\gamma - \varphi.\alpha}$, maior do que o aumento do salário (2/7 no exemplo apresentado no quadro 2). O consumo aumentará mais (3/7 no exemplo do quadro 2)

[19]É uma implicação normal nos modelos de ciclos reais a existência de correlações positivas entre os níveis de emprego e os salários reais.

devido ao efeito rendimento (influência directa do aumento do salário unitário) a que se acresce o efeito substituição (pela troca de lazer por trabalho).

Graficamente as curvas de oferta, ls, e de procura, ld, e de trabalho, os valores dos parâmetros são do quadro 2, são as que se representam na figura 3.

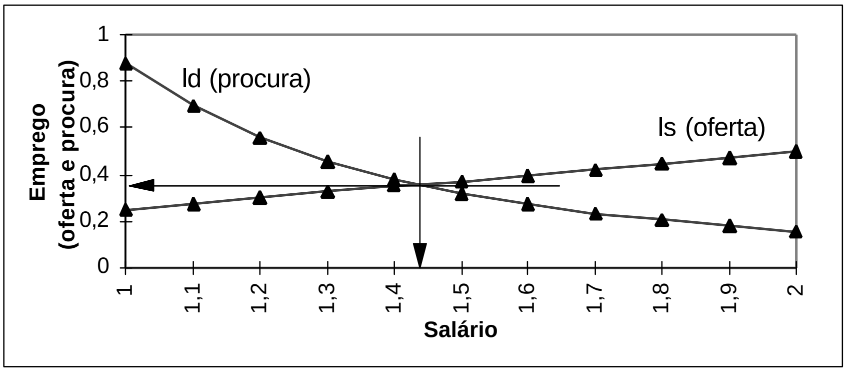


Fig. 3 - Curvas de oferta e de procura de mão de obra

Quadro 2: Simulação numérica do modelo com trabalhadores sem terra

Parâmetros		**Resultados**		
Ucn=	1	**Trabalhador:**	**Sem terra**	**Com terra**
Utr=	1	**l=**	**0.3584**	**0.2488**
A=	1	**w=**	**1.4335**	
α=	0.6	**y=**	**0.8563**	**0.6879**
β=	0.2	**Salários=**	**0.5138**	
K=	1	**Lucros=**	**0.3425**	
Ag=	10	**Ue(media)=**	**0.4718**	**0.5806**
ρ=	0.5	e**(w,Z)=**	**0.1429**	
φ=	0.5	e**(l,Z)=**	**0.2857**	**0.5000**
γ=	1	e**(c,Z)=**	**0.4286**	**0.5000**

Se compararmos a situação do trabalhador proprietário com a do trabalhador sem terra, há um aumento da oferta de trabalho e do produto, mas associado a uma diminuição do rendimento do trabalhador. A utilidade média vem diminuída.

5.2. Modelo com Oligopsónio de proprietários

Vimos no ponto anterior como se comportavam dois agentes em interacção em que um detinha o capital e o outro a capacidade de trabalhar. Cada agente relativamente ao outro não sabia a sua curva de reacção, sendo o equilíbrio obtido o de concorrência perfeita. Neste ponto vamos permitir que os agentes tenham mais informação: vamos estudar o comportamento de um pequeno conjunto de proprietários que podem contratar mão de obra de uma multidão de trabalhadores.

5.2.1. Pressupostos e derivação do modelo

- Existem m proprietários que possuem terra, cabendo a cada um deles uma percentagem kj da área total (Σkj=1) de terra, K;

- existem n trabalhadores idênticos que não possuem terra e que trabalham por um salário relativamente ao qual são *price takers*;

- os proprietários conhecem a função de oferta de trabalho, ls(w);

- cada proprietário tem expectativas "à la Cournot" relativamente aos outros proprietários.

5.2.2. Oferta agregada de mão de obra

Sendo os muitos trabalhadores que são *price takers*, a oferta agregada será obtida pela soma das curvas de oferta individuais dadas pela equação (25):

$$Ls = n.\left(\frac{Ucn.j}{Utr.g}\right)^{\frac{1}{g-j}}.w^{\frac{j}{g-j}} \Leftrightarrow w(Ls) = \frac{\left(\frac{Ls}{n}\right)^{\frac{g-j}{j}}}{\left(\frac{Ucn.j}{Utr.g}\right)^{\frac{1}{j}}} \qquad \textbf{(29)}$$

$$s.a.\ w, n, Ls = \sum l_i$$

A inversa da função oferta de mão de obra traduz qual o salário que teria que ser proposto para que os trabalhadores oferecessem Ls unidades de trabalho:

Ls(w(x)) = x.

5.2.3. Procura agregada de trabalho

O mercado de mão de obra é um oligopsónio.

Os proprietários formam expectativas relativamente ao comportamento dos outros proprietários. Sem perda de generalidade, vamos supor que as expectativas são "à la Cournot" o que implica que cada um considera que pode dividir a quantidade total procurada, (L), em duas componentes: a quantidade que todos os outros procuram, (L*), que se supõe ser constante, e a quantidade que o próprio pretende contratar, (l), que é a sua variável de decisão ($Ld = L^* + l,\ s.a. L^* = \text{Constante}$).

Estando o mercado de mão de obra em equilíbrio, (Ld=Ls), determinamos a quantidade procurada resolvendo $\left\{ l: \nu = \max\left[y(l) - w(L^* + l).l \right],\ s.a.\ y(l),\ L^* \right\}$. Substituindo y(l), (equação 5), e w(L), (equação 29), obtemos:

$$\left\{ l: \nu = \max\left[A.l^{\alpha}.Z^{\beta}.K^{1-\alpha-\beta}.k^{1-\alpha} - \frac{\left(\frac{L^* + l}{n}\right)^{\frac{\gamma - \varphi}{\varphi}}}{\left(\frac{Ucn.\varphi}{Utr.\gamma}\right)^{\frac{1}{\varphi}}}.l \right] \right\} \quad \textbf{(30)}$$

$$s.a.\ K, Z, k, L^*$$

Derivando para os m produtores, obtemos um sistema de m+2 equações a m+2 incógnitas, (l_1, ..., l_m, w, L):

$$\begin{cases} \frac{a}{l_1}.Y_1 = w(L).\left(1 + \frac{l_1}{L}.\frac{g - j}{j} \right) \\ \dots \\ \frac{a}{l_m}.Y_m = w(L).\left(1 + \frac{l_m}{L}.\frac{g - j}{j} \right) \\ \\ L = \sum l_i \\ w(L) = \text{equação (29)} \end{cases} \quad \textbf{(31)}$$

Este sistema não tem uma solução algébrica. Apenas o terá no caso particular de m=1 (monopsónio). Fora deste caso a solução terá que ser encontrada por simulação numérica. Veremos que os resultados se situarão sempre entre o caso de monopsónio e o caso de concorrência perfeita.

5.2.3.1. Monopsónio, (m=1)

Teremos apenas um proprietário e por isso apenas uma equação:

$$\frac{\alpha}{l}.y(l) = \frac{\gamma}{\varphi}.w(l),\quad s.a.\ w(l), y(l) \quad \textbf{(32)}$$

sendo a curva de procura de mão de obra agregada, $(\boldsymbol{ld} = \boldsymbol{l})$, dada pela seguinte expressão:

$$Ld = \left(\alpha.A.Z^{\beta}.K^{1-\alpha-\beta}.\frac{\varphi}{\gamma}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}.\left(\frac{1}{w(Ld)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad s.a.\ Z, K, w(Ld) \tag{33}$$

Se compararmos com a curva da procura de mão de obra quando o proprietário desconhecia w(L), aparece um factor, φ/γ, que traduz o poder de monopsónio. Se tivermos uma função de utilidade linear o resultado derivado será idêntico ao de concorrência perfeita: $\varphi/\gamma=1$. Quanto menor for φ/γ menor será o nível de emprego, para um dado salário. Se o proprietário não conhecesse a curva de oferta de trabalho não poderia conhecer φ/γ e não se poderia comportar como monopsonista.

Substituindo w(L) pela equação que derivamos, obtemos os níveis de emprego e de salário de equilíbrio:

$$\boldsymbol{L} = \left[\left(\frac{\varphi}{\gamma}\right)^{\varphi}.\boldsymbol{n}^{\gamma-\varphi}.\frac{\boldsymbol{Ucn}.\varphi}{\boldsymbol{Utr}.\gamma}.\left(\alpha.\boldsymbol{A}.\boldsymbol{Z}^{\alpha}.\boldsymbol{K}^{1-\alpha-\beta}\right)^{\varphi}\right]^{\frac{1}{\gamma-\varphi.\alpha}} \tag{34}$$

$$w = \left\{\frac{\varphi}{\gamma}.\frac{\alpha.A.Z^{\alpha}.K^{1-\alpha-\beta}}{n^{1-\alpha}.\left(\frac{Ucn.\varphi}{Utr.\gamma}\right)^{\frac{1-\alpha}{\gamma-\varphi}}}\right\}^{\frac{\gamma-\varphi}{\gamma-\varphi.\alpha}} \tag{35}$$

Quer o nível de emprego quer o salário são menores do que em concorrência perfeita devido ao facto de aparecer o factor φ/γ nas expressões da procura de trabalho.

NA figura 4 podemos comparar a curva de procura de trabalho quando em concorrência perfeita com a sua correspondente curva de despesa marginal quando em monopsónio. A curva de despesa marginal em monopsónio só é possível obter considerando em cada ponto fixa a curva de oferta de trabalho, W(l),na equação (33). Usamos os valores dos parâmetros do quadro 2.

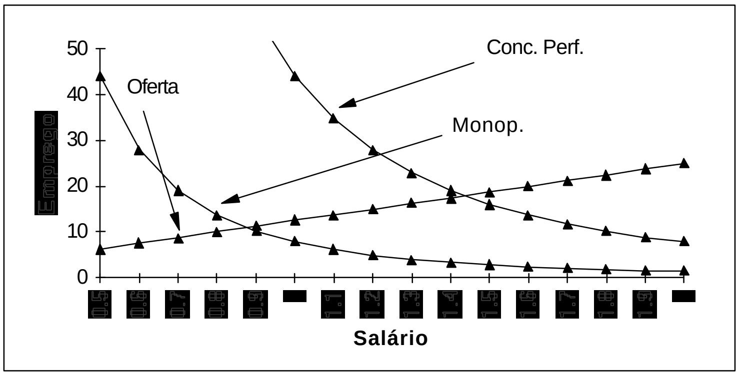


Fig. 4 - Monopsónio vs. Concorrência Perfeita

A oferta de mão de obra é linear relativamente ao salário por particularidade dos valores atribuídos aos parâmetros da função de utilidade ($\varphi/(\gamma-\varphi)=1$).

5.2.3.2. Pentopsónio, (m=5)

Partindo de pressupostos parecidos com o caso em que tínhamos apenas um proprietário, havendo agora cinco proprietário com quotas de terra variada. Acrescentaremos que:

- cada proprietário conhece a procura agregada dos outros proprietários, (L*), e toma-a como fixa (expectativas “à la Cournot”);

- é conhecida a curva de oferta de trabalho, w(L*+l);

A solução será dada pela resolução de um sistema de sete equações a sete incógnitas (retiradas do sistema de equações 31) . Como é impossível resolver analiticamente este sistema de equações vamos usar simulação numérica. Trataremos o problema como um super jogo infinito (jogo repetido), em que em cada repetição o proprietário vai-se tentando aproximar do lucro máximo.

- Cada proprietário sequencialmente maximiza o seu lucro usando o nível de emprego como variável de decisão;

- os proprietários não conseguem aprender a forma de reacção dos outros proprietários no desenrolar das jogadas, mantendo expectativas “à la Cournot”.

Necessitaremos de um jogo repetido infinito por as expectativas serem inconsistentes e incorrectas não se obtendo um equilíbrio de Nash numa só jogada. Ao longo das jogadas as variáveis convergem de forma monótona para o equilíbrio que será de Nash. Para atingirmos exactamente o ponto de equilíbrio teríamos de considerar um número infinito de jogadas. No entanto, com uma pequena margem de erro, encontraremos uma vizinhança do ponto de equilíbrio num número finito de jogadas.

5.2.4. Valores de equilíbrio

Vamos ver o comportamento dos agentes para diferentes combinações de posse da terra. Teremos como situações extremas o caso em que a terra pertence a um só proprietário, (o monopsónio já tratado) só um agente ter terra, o monopólio já tratado, e o caso de concorrência perfeita. Os valores dos parâmetros são os do quadro 2. A representação gráfica será feita usando um índice de concentração para condensar a dispersão da distribuição da terra. Estudaremos o vector k=(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5), o vector y=(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) e o vector l=(l_1, l_2, l_3, l_4, l_5).

5.2.4.1. Resultados da simulação no caso em que o índice de concentração é a soma dos quadrados das quotas de terra (k^2)

Fig. 5: Evolução do salário real em função da concentração na posse da terra

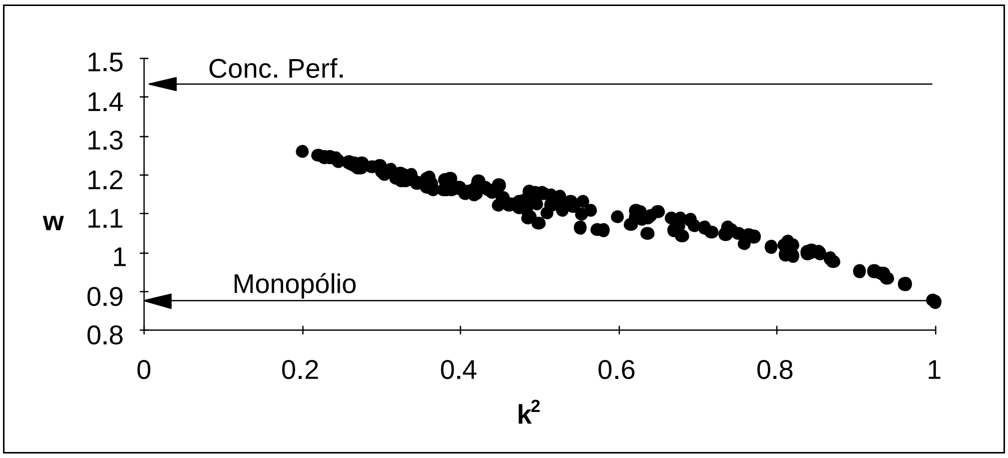
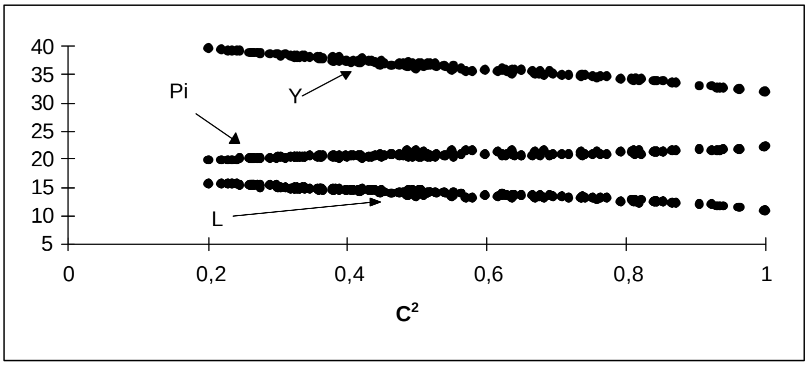


Fig. 6: Evolução do nível de actividade (Nível de mão de obra (L) e de produção (Y)) e do nível de lucros (Pi) em função da concentração na posse da terra



5.2.4.2. Resultados da simulação no caso em que o índice de concentração é a soma dos quadrados das quotas de mão de obra contratada (l^2)

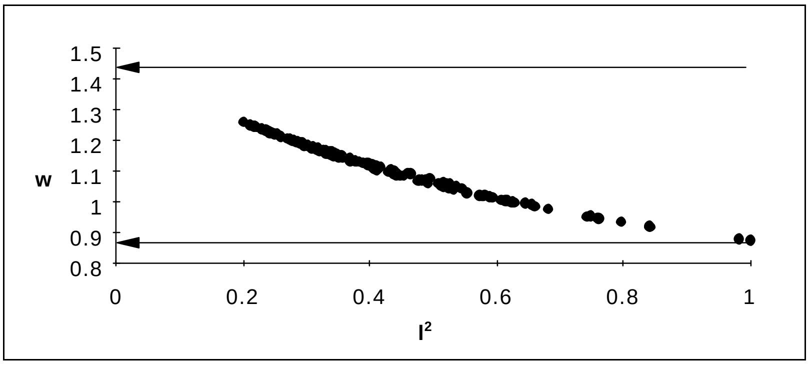


Fig. 7 - Salário real

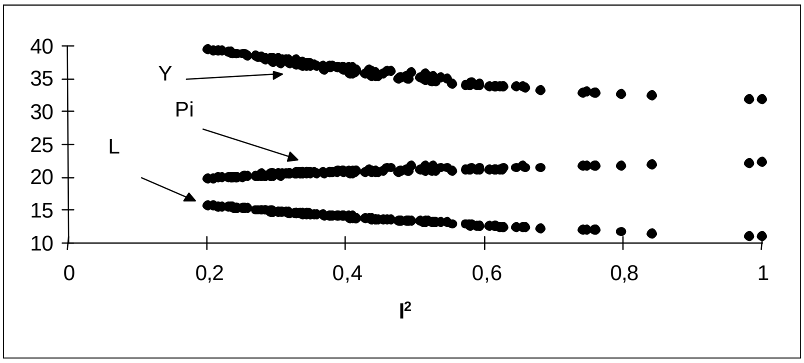


Fig. 8 - Níveis de actividade e de lucros

5.2.4.3. Resultados da simulação no caso em que o índice de concentração é a soma dos quadrados das quotas de mercado (y^2)

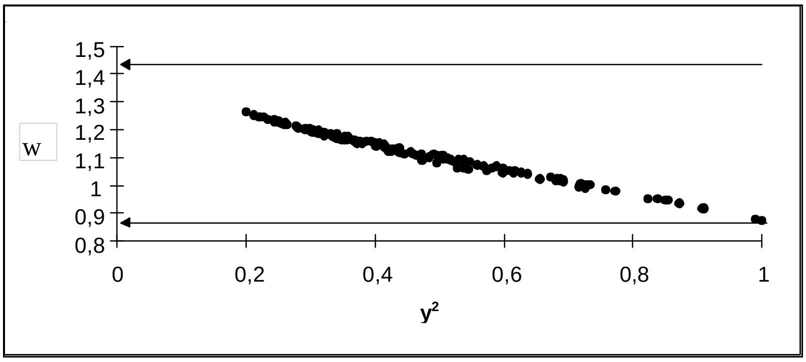


Fig. 9 - Salário real

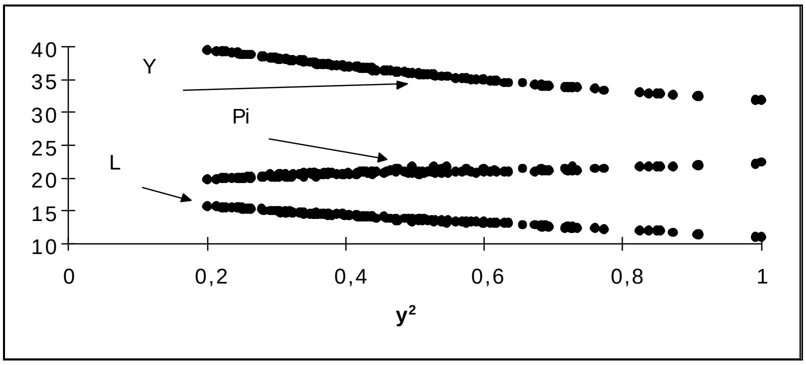


Fig. 10 - Níveis de actividade e de lucros

Usando os dados obtidos por simulação verificamos que o lucro de uma dada empresa depende positivamente da sua quota de mercado.

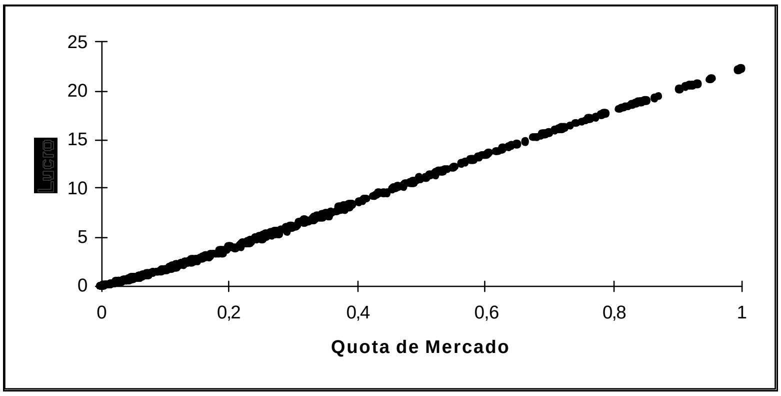


Fig. 11 - Lucros vs. quota de mercado

No entanto, a uma mesma quota de mercado podem corresponder múltiplos valores de concentração:

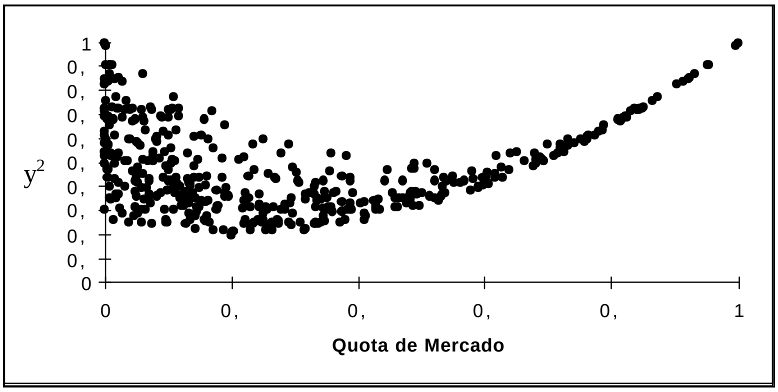


Fig. 12 - Dispersão de quotas de mercado e de concentração

O lucro de um dado proprietário cresce mais depressa com a sua quota de mercado quanto menor for a concentração do mercado:

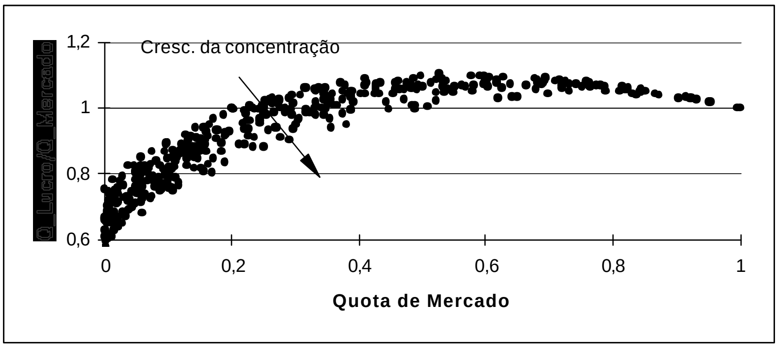


Fig. 13: Quota de lucros vs. quota de mercado

Dos três índices de concentração que usamos, é a soma das quotas de mercado o que apresenta maior concentração dos pontos (cada ponto representa um situação) em torno da recta que une a concorrência perfeita com o monopsónio pelo que o usaremos na análise de estática comparada.

5.2.5. Análise de Estática Comparada

Com os dados obtidos por simulação podemos estimar um modelo econométrico na forma reduzida. Propusemos um modelo muito simples para explicar os níveis de salário (w), de emprego (L) e de produção (Y), usando apenas a concentração como variável explicativa (y^2):

$$
\begin{cases}
w = w_0 + B_w . y^2 + e_w \\
L = L_0 + B_L . y^2 + e_L \\
Y = Y_0 + B_Y . y^2 + e_Y
\end{cases}
\tag{36}
$$

Com os resultados derivados por simulação o modelo estimado é o seguinte:

$$
\begin{cases}
\hat{w} = 1{,}33464 - 0{,}46819 . y^2 \\
\quad (698{,}0) \quad (-122{,}9) \qquad R^2 = 0{,}9903 \\
\\
\hat{L} = 16{,}68297 - 5{,}85232 . y^2 \\
\quad (698{,}0) \quad (-122{,}9) \qquad R^2 = 0{,}9903 \\
\\
\hat{Y} = 41{,}19448 - 10{,}20637 . y^2 \\
\quad (945{,}2) \quad (-117{,}6) \qquad R^2 = 0{,}9894
\end{cases}
\tag{37}
$$

Vamos usar este modelo para explorar uma relação que não foi explicitamente tratada: se existe uma relação entre o nível de salário real e o nível de emprego. Por manipulação do modelo reduzido, obtemos

$$w = wo + 0{,}08000.\Delta L \tag{38}$$

o que significa que um aumento do nível de emprego é acompanhado por um aumento do nível de salários. A relação positiva entre a variação dos salários e o nível de emprego verifica-se nos modelos de ciclos reais e está de acordo com a curva de Phillips, apesar de na mesma se relacionar a taxa de crescimento dos preços, e não o seu nível absoluto, com a taxa de desemprego, e não com a variação do emprego.

5.3. Estudo da influência do grau de flexibilidade dos mercados

Vamos agora estudar a influência do grau de flexibilidade dos mercados na reacção a choques exógenos. Não tentamos uma explicação para a existência de rigidez nos mercados. Estudamos apenas a sua implicação. Em primeiro lugar, estudaremos o caso em que os mercados são perfeitamente flexíveis e depois veremos as alterações induzidas no comportamento dos agentes pela existência de rigidez no nível de salários e no nível de emprego.

5.3.1. O salário e o nível de emprego são completamente flexíveis

5.3.1.1. Pressupostos

- O salário e o nível de emprego são completamente flexíveis;

- existe oscilação da variável exógena (água) em torno da média (como descrito anteriormente, uma alternância entre ano^{+} e ano^{-});

- o mercado de trabalho está sempre em equilíbrio (procura = oferta).

Como implicação dos pressupostos e também baseado em comportamentos derivados anteriormente poderemos concluir o seguinte:

- a poupança a existir terá por fim regularizar o consumo, constituindo-se no ano de maior rendimento e gastando-se no de menor (não é remunerada);

- a produção vai ser maior no ano^{+} e menor no ano^{-} ;

- no ano^{+} o proprietário vai necessitar de adquirir mais trabalho o que implica:

i) no ano^{+} o salário será mais alto ou pelo menos igual ao do ano^{-} o que faz o trabalhador ter um rendimento maior no ano^{+};

ii) no fim do ano^{+} os proprietários terão stock nulo e os trabalhadores terão stock nulo no fim do ano^{-}.

5.3.1.2. Oferta de mão de obra

Cada trabalhador irá maximizar a seguinte função de utilidade (aproximadamente, pelas simplificações que já explicamos atrás), usando L^{+} e L^{-} como variáveis de decisão:

$$U = \frac{Ucn}{2.r}.\left[\left(w^{+}.\frac{L^{+}}{n}-\frac{St}{n}\right)^{j}+\left(w^{-}.\frac{L^{-}}{n}-\frac{St}{n}\right)^{j}\right]-\frac{Utr}{2.r}.\left[\left(\frac{L^{+}}{n}\right)^{g}+\left(\frac{L^{-}}{n}\right)^{g}\right] \qquad \textbf{(39)}$$

$s.a.\ w^{+}, w^{-}$

sendo a solução dada pela resolução do seguinte sistema de equações :

$$\begin{cases} Ucn.j.\left(w^{+}.\frac{L^{+}}{n}-\frac{St}{n}\right)^{j-1}.w^{+}-Utr.g.\left(\frac{L^{+}}{n}\right)^{g-1}=0 \\ Ucn.j.\left(w^{-}.\frac{L^{-}}{n}-\frac{St}{n}\right)^{j-1}.w^{-}-Utr.g.\left(\frac{L^{-}}{n}\right)^{g-1}=0 \\ w^{-}.\frac{L^{-}}{n}-\frac{St}{n}=w^{+}.\frac{L^{+}}{n}-\frac{St}{n} \end{cases} \qquad \textbf{(40)}$$

que após simplificação tem a seguinte solução:

$$w^{-} = \left[\frac{\left(\dfrac{L^{+^{g}} + L^{-^{g}}}{2.n^{g}} \right)^{1-j}}{\dfrac{j.Ucn}{g.Utr}} \right]^{\frac{1}{j}} \cdot \left(\frac{L^{-}}{n} \right)^{g-1} \quad \textbf{(41a)} \qquad w^{+} = \left[\frac{\left(\dfrac{L^{+^{g}} + L^{-^{g}}}{2.n^{g}} \right)^{1-j}}{\dfrac{j.Ucn}{g.Utr}} \right]^{\frac{1}{j}} \cdot \left(\frac{L^{+}}{n} \right)^{g-1} \quad \textbf{(41b)}$$

$$St = (L^{+}.w^{+} - L^{-}.w^{-}) / 2 \quad \textbf{(41c)}$$

Não é possível determinar $L^{+}(w^{+}, w^{-})$ e $L^{-}(w^{+}, w^{-})$ analiticamente.

Facto importante é ser considerado pelo agente na tomada de decisão num período o que se passa nos outros períodos: o trabalhador ao saber que o futuro vai ser melhor que o presente diminui a sua oferta de trabalho para um dado salário e vice versa.

Outro resultado importante é o facto de no caso da função de utilidade ser linear relativamente à variável quantidade de trabalho o salário unitário ser constante em todos os períodos, apesar das diferenças no nível de emprego. Este facto está de acordo com o teorema de Samuelson, corolário do modelo de Heckscher - Ohlin, com a seguinte interpretação: as diferentes economias aqui são anos diferentes, as funções de produção lineares são aqui função de utilidade linear e o comércio entre as economias é aqui a possibilidade de formar stocks e de transferir trabalho entre os diversos períodos.

5.3.1.3. Procura de mão de obra

Cada proprietário irá maximizar a sua utilidade, usando L^{+} e L^{-} como variáveis de decisão (não apresentamos um índice para diferenciar as funções de oferta e de procura de trabalho para simplificar a notação e porque em equilíbrio ambas terem o mesmo valor:

$$U = {}^{Ucn}\!\!\diagup_{Utr} \cdot \left(\frac{y^{+} - L^{+}.w^{+} + y^{-} - L^{-}.w^{-}}{2} \right)^{j}$$

$$s.a.\ y(L), w^{+}(L^{+}, L^{-}), w^{-}(L^{+}, L^{-}) \qquad \textbf{(42)}$$

Para chegarmos a esta expressão, impusemos uma regularização completa do consumo pela constituição de um stock, $\boldsymbol{St} = \dfrac{\boldsymbol{y^{+} - y^{-}}}{2} + \dfrac{\boldsymbol{L^{+}.w^{+} - L^{-}.w^{-}}}{2}$.

Cada proprietário dará origem a duas equações pelo que teremos um sistema de 2.(m+1) equações não lineares a 2.(m+1) incógnitas, $(w^{+}, w^{-}, L^{+}_{1}, L^{-}_{1}, \ldots, L^{+}_{m}, L^{-}_{m})$, que se condensa em duas equações (as curvas de procura de mão de obra, $w^+(L^+,L^-)$ e $w^-(L^+,L^-)$). Estas duas equações juntamente com as duas equações da oferta de trabalho formam um sistema de quatro equações a quatro incógnitas que permitirá determinar os valores de equilíbrio para o emprego e para os salários.

5.3.1.4. Valores de equilíbrio

Vejamos como se comportam as variáveis para diferentes configurações de posse de terra, usando como índice de concentração a soma dos quadrados das produções.

Os valores dos parâmetros serão os do quadro2 que temos vindo a usar.

Nível de emprego:

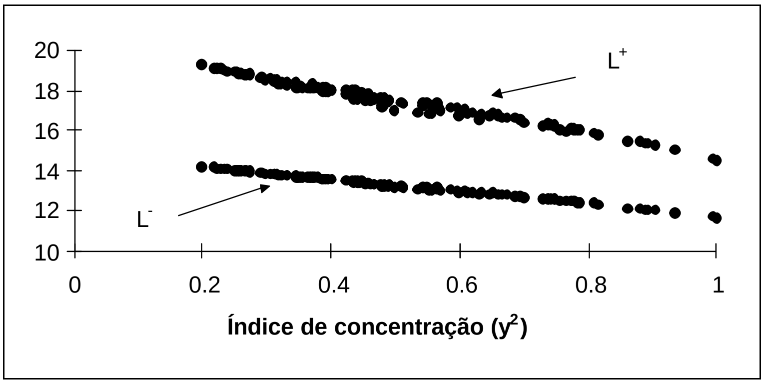


Fig. 14 - Nível de emprego

Nível de salário real:

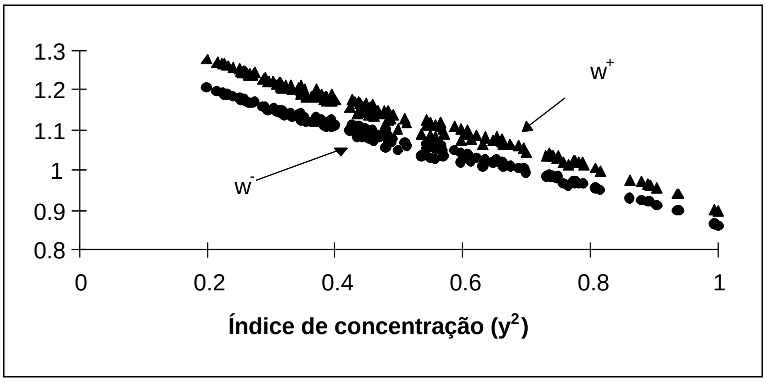


Fig. 15 - Salário real

O facto de ser muito maior a oscilação da quantidade de trabalho do que do nível de salários traduz uma transferência de recursos de locais com menor produtividade marginal para locais com maior produtividade marginal. O salário só não é constante porque existem "desutilidades de escala" (função utilidade não linear).

5.3.2. Os salários são fixos

5.3.2.1. Pressupostos

Situação idêntica ao caso anterior excepto no que se refere ao facto de que o nível de salário é fixo.

Prevemos que nos anos bons os proprietários quererão contratar mais mão de obra do que a oferecida pelos trabalhadores, estando o salário abaixo do que seria o seu nível se fosse flexível e nos anos maus os trabalhadores oferecerão mais mão de obra do que a procurada pelos proprietários estando o salário acima do que seria o seu nível no caso flexível.

5.3.2.2. Oferta de mão de obra

Cada trabalhador irá maximizar[20] a seguinte função de utilidade:

$$U = \frac{Ucn}{2.r}.\left[\left(\frac{w.L^{+} - St}{n}\right)^{a} + \left(\frac{w.L^{-} + St}{n}\right)^{a}\right] - \frac{Utr}{2.r}.\left[\left(\frac{L^{+}}{n}\right)^{b} + \left(\frac{L^{-}}{n}\right)^{b}\right] \qquad \textbf{(43)}$$

$s.a.\ L^{-}, w\ e\ com\ \mathrm{L}^{+} = \Sigma \mathrm{l}^{+}\ \mathrm{e}\ \mathrm{L}^{-} = \Sigma \mathrm{l}^{-}$

O trabalhador apenas vai usar como variável de decisão a oferta de trabalho nos anos bons (ano^{+}) pois será de prever que o salário e o nível de emprego nos anos maus (ano^{-}) sejam determinados exclusivamente pelos proprietários

A curva da oferta de mão de obra no ano^{+} é a solução da equação (43) cuja expressão é a seguinte:

[20] Apesar do salário ser fixo, como não é fixa a quantidade de trabalho, o trabalhador terá um rendimento no ano bom diferente do rendimento no ano mau.

$$L^{+} = n.\left\{ w^{\varphi}.\frac{Ucn.\varphi}{Utr.\gamma}.\left(\frac{2}{1+Q}\right)^{1-\varphi} \right\}^{\frac{1}{1+\gamma-2.\varphi}}, Q = \frac{L^{-}}{L^{+}} \tag{44}$$

s.a. w, L^{-}

Apesar do trabalhador poder apenas decidir sobre a oferta de mão de obra de um ano, toma em atenção a proposta que o proprietário lhe faz para os outros anos (via Q). Para ter um determinado nível de trabalho contratado no ano^{+}, terá que pagar tanto mais salário quanto menos trabalho contratar no ano^{-}.

Os proprietários conhecem a curva de oferta de mão de obra. Esta situação será modelizada incorporando na sua função de decisão esta curva de oferta de mão de obra:

$$\boldsymbol{w} = \left\{ \frac{\boldsymbol{Ucn}.\gamma}{\boldsymbol{Utr}.\varphi}.\left(\frac{\boldsymbol{L}^{+}+\boldsymbol{L}^{-}}{2\boldsymbol{n}}\right)^{1-\varphi}.\left(\frac{\boldsymbol{L}^{+}}{\boldsymbol{n}}\right)^{\gamma-1} \right\}^{\frac{1}{\varphi}} \tag{45}$$

5.3.2.3. Procura de mão de obra

Cada proprietário irá maximizar a seguinte função de utilidade:

$$U = {}^{Ucn}\!\!\diagup\!_{Utr} \cdot \left(\frac{y^{+} - L^{+}.w + y^{-} - L^{-}.w}{2}\right)^{j} \tag{46}$$

$s.a.\ L^{+}, w, y(L)$

A variável de decisão será apenas o nível de emprego nos anos maus (ano^{-}). Teremos como resultado um sistema de equações com tantas equações quantos os proprietários (m). Como não poderá ser encontrada solução para o modelo por métodos analíticos teremos que o resolver por simulação, usando como valores para os parâmetros os que constam do quadro 2.

5.3.2.4. Valores de equilíbrio

Como o salário é fixo, apenas terá interesse a representação do nível de emprego:

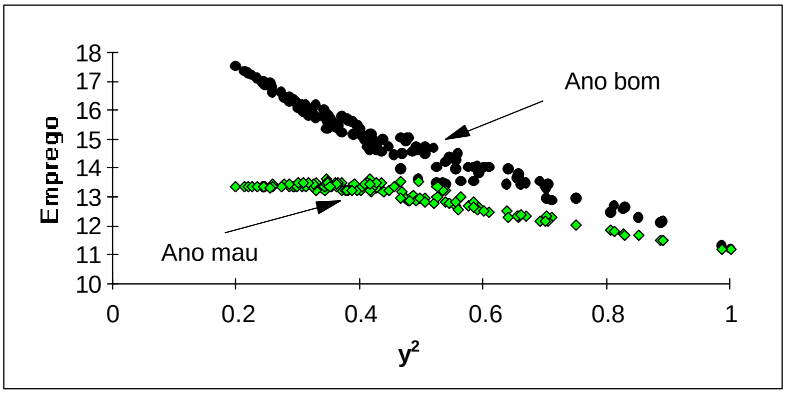


Fig. 16 - Nível de emprego

Comparando este gráfico (Fig. 16) com o gráfico que representa o nível de emprego no caso de salários flexíveis (Fig. 14), observamos muito menor amplitude de variação no nível de emprego, sendo mesmo constante o nível de emprego para casos de concentração elevada. Como reverso observa-se uma diminuição do nível de emprego.

Para podermos fazer uma análise quantitativa teremos que comparar os resultados numéricos, usando para os parâmetros os valores do quadro 2.

	W+	w-	L+	L-	Y+	Y-	Lucro+	Lucro-	U Trab	U Prop	U med
Monopólio											
Variável	0.7324	0.6807	13.181	9.1391	38.6167	24.8843	28.9625	18.6632	0.4648	9.7597	0.6471
Fixo	0.7056		11.1599	11.1598	34.9463	28.0528	27.0714	20.1779	0.4630	9.7210	0.6445
y^2=0.2											
Variável	1.1943	1.1099	18.69	12.959	47.6185	30.685	25.2975	16.3015	0.7068	4.0792	1.0134
Fixo	1.1696		17.5267	13.3579	45.8165	31.248	25.317	15.624	0.7126	4.0468	1.0157

Quadro 3 - Comparação salários fixos / salários flexíveis

O facto do nível de salários ser constante induz um amortecimento da variação do emprego, mas piora a situação de todos os agentes económicos:

- diminui o valor da utilidade média;
- diminuem os salários, o nível de emprego e os rendimentos dos trabalhadores;
- diminuem os lucros dos proprietários;
- diminui o produto agregado (entre 0.8% e 1.7%).

Daqui se conclui que as políticas de contra-ciclo não deverão ser usadas se os salários forem rígidos.

5.3.3. Salários e nível de emprego fixos

5.3.3.1. Pressupostos

Situação idêntica ao caso anterior excepto no que se refere ao facto de que os proprietários além de salário constantes têm que garantir também um nível de emprego constante.

Para os trabalhadores o rendimento será constante ao longo do tempo pelo que a curva de oferta de trabalho é igual ao caso em que não existiam choques exógenos (equação 7).

Os proprietários vão sofrer os efeitos dos choques exógenos não podendo fazer variar a procura de mão de obra, nem o nível de salário. Terão então que maximizar a seguinte função:

$$A.l_d{}^a.\left(\frac{z_+^{\,b} + z_-^{\,b}}{2}\right).K^{1-a-b}.(1-k)^{1-a} - w.l_d \qquad \textbf{(47)}$$

A solução é idêntica na forma ao caso sem choques exógenos mas com valor inferior por vir substituído o valor do factor exógeno z por $z^* = \left(\frac{z_+^{\beta} + z_-^{\beta}}{2}\right)^{\frac{1}{\beta}}$.

No nosso caso, com monopsónio e β=0.2, teremos z*=446.25 em vez de 500, que é o valor médio. Há uma perda de 11% relativamente à média aritmética.

Comparando estes resultados com o modelo onde apenas existe rigidez no nível de salário, para o caso de menor concentração (em monopsónio o nível de emprego era constante mesmo que existia a possibilidade da sua variação):

	w	L+	L-	Y+	Y-	Lucro+	Lucro-	UeTrab	UeProp	Uemed
y^2=0.2										
Salário	1.1696	17.5267	13.3579	45.8165	31.248	25.317	15.624	0.7126	4.0468	1.0157
Ambos	1.1506	15.8245		43.0930	34.5925	24.8850	16.3845	0.7040	4.0411	1.0074

Quadro 4 - Comparação salários fixos / salários e emprego fixos

Observamos uma diminuição da oscilação de todas as variáveis, mas tal não traz vantagem a ninguém pois diminui quer a utilidade dos trabalhadores quer dos proprietários.

5.4. Conclusão

Em concorrência perfeita, o nível de bem estar social é superior ao dos casos que afastam desta situação.

Quanto maior a quota de mercado de um proprietário maior é o seu lucro que é mais que proporcional à quota.

Quando aumenta a concentração diminuem o nível de actividade, o emprego, a produção e o consumo.

A existência de rigidez salarial piora o nível de bem estar social (medido em termos de utilidade média);

Os choques exógenos serem antecipados permite o igualizar do salário em todos os períodos (com função de utilidade em termos de quantidade de trabalho).

Nem sempre se encontra associado a um aumento do nível de produto um aumento da utilidade média;

Não basta o mercado ser concentrado. É também necessário que os proprietários possuam informação que permita tirar partido disso para que o comportamento seja diferente do caso com pequena concentração.

6- A incerteza, a moeda e o equilíbrio

Nos capítulos anteriores estudamos situações em que apenas existiam variáveis reais e em que não existia incerteza. Além disso os mercados estavam em equilíbrio.

Neste capítulo vamos estudar a introdução de incerteza, de moeda e de variáveis nominais, apresentando uma hipótese sobre a evolução das variáveis nominais em função de desequilíbrios nos mercados.

A introdução de incerteza vai justificar a constituição de um stock de precaução que será, em última análise, um stock de moeda. A principal função da moeda é servir como meio de troca mas, tal como num *overlaping generations model*, (Samuelson, 1958), no nosso modelo ela será também reserva de valor.

Deixaremos, pois, de considerar o bem produzido como sendo o numerário passando tal função a ser desempenhada pela moeda. Assim quer o nível de preços, quer o nível de salário passam a ser nominais. Em simultâneo estudaremos, quando os mercados se encontram em desequilíbrio, mecanismos de ajustamento que actuarão sobre as variáveis nominais.

Em primeiro lugar trataremos da introdução do risco e da incerteza e posteriormente introduziremos a moeda.

6.1. O Risco e a Incerteza

A finalidade última deste modelo será explicar a constituição dum stock de precaução pelo trabalhador.

Como queremos estudar apenas a formação de stocks de precaução vamos usar como base o modelo mais simples (4- Trabalhador dono da terra) em que a função de utilidade é uma função não linear do consumo. Apesar dos choques exógenos não serem antecipados o trabalhador sabe que poderão acontecer. Em vez de apenas um agricultor poderemos considerar que temos n trabalhadores todos iguais, não existindo interacções entre eles.

6.1.1. Pressupostos

Apesar de não conhecer o tipo de choque a que está sujeito o agente decide baseando-se no cenário a seguir descrito:

- tem um stock, St, e considera que no instante presente está sob a acção de um choque exógeno negativo. Os próximos S-1 anos também estará sobre a influência de um choque negativo o que dá uma série consecutiva de S anos, incluído o ano presente. O futuro, após esses S anos, será melhor e existirão choques positivos até ao infinito. Ser optimista será traduzido no valor de S;

- o stock inicial vai ser consumido completamente em S+1 anos (pois a produção do período S+1 só estará disponível em S+2);

- o nível de trabalho será constante durante os S primeiros anos e nos anos seguintes trabalhará como se estivesse num ambiente estável (com z^+);

- a utilidade será uma função não linear relativamente ao consumo.

Como vimos anteriormente será óptimo o agente manter um nível constante de consumo se a função de utilidade for não linear no consumo pelo que poderemos substituir na função de utilidade o consumo por $c = \left(St + y^-.S\right)/(S+1)$ o que nos permite obter como condição de primeira ordem para a maximização a seguinte expressão:

$$\left(\frac{St}{S} + y^-\right)^{\varphi-1} .\alpha.\frac{y^-}{l}.\left(\frac{S}{S+1}\right)^{\varphi} - \frac{Ucn}{Utr} = 0 \qquad \textbf{(48)}$$

Como a equação (48) não pode ser resolvida analiticamente, apresentamos valores numéricos para alguns casos particulares no quadro seguinte. Os valores dos parâmetros são os do quadro 2.

Emprego(St,S)				Consumo(St,S)			
Stock \ S	1	2	3	Stock\S	1	2	3
3	0.160025	0.349157	0.465175	3	1.864147	1.775381	1.786157
4	0.122395	0.294643	0.412948	4	2.310043	2.033628	1.964701
5	0.097518	0.252034	0.368682	5	2.77053	2.30431	2.151253

Quadro 5 - Emprego e consumo função do nível de stocks e das expectativas

Quanto maior o nível de stocks menos o agente trabalha e maior o nível de consumo. Se o trabalhador for pessimista, prever um S grande, faz aumentar o nível de emprego e diminuir o nível de consumo. Este último facto é contrário ao derivado na situação em que o agente maximizava a utilidade média. Temos que ter algum cuidado na comparação das duas situações porque impusemos um modo de gestão do stock que não foi derivado do processo de optimização.

Já tínhamos visto noutra situação de incerteza, sob choques exógenos antecipados, que o nível de emprego diminuía se o trabalhador soubesse ser o futuro melhor, o que é idêntico à situação actual pois apesar de o futuro ser incerto o agente pensa conhecê-lo.

O facto do stock S ser elevado faz com que a troca de trabalho presente por trabalho futuro, devido à actualização, seja cada vez menos vantajosa o que obriga a um aumento do nível de trabalho presente.

Observa-se um efeito riqueza.

Podemos agora ver o comportamento das variáveis consumo e emprego ao longo do tempo.

Consideraremos alternância de choques positivos e negativos de forma regular e partimos de um stock inicial unitário (St=1).

Apesar de na realidade S dever valer 0.50, o máximo da utilidade obtém-se para S próximo de 0.75. Isto deve-se ao facto da utilidade marginal ser decrescente relativamente ao consumo o que faz ser maior a perda de utilidade quando alguém se engana por defeito (prevê uma situação melhor do que a realidade) que quando se engana por excesso (prevê uma situação pior do que a realidade).

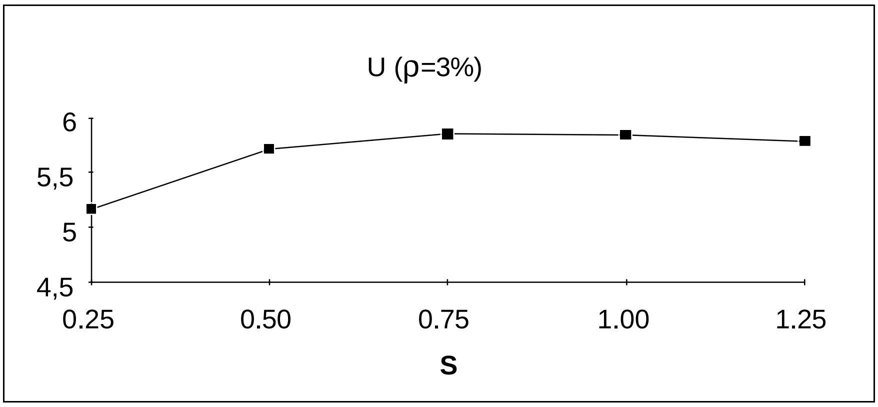


Fig. 17 - Expectativas vs. optimalidade

O agente quanto mais pessimista é, mais trabalha,

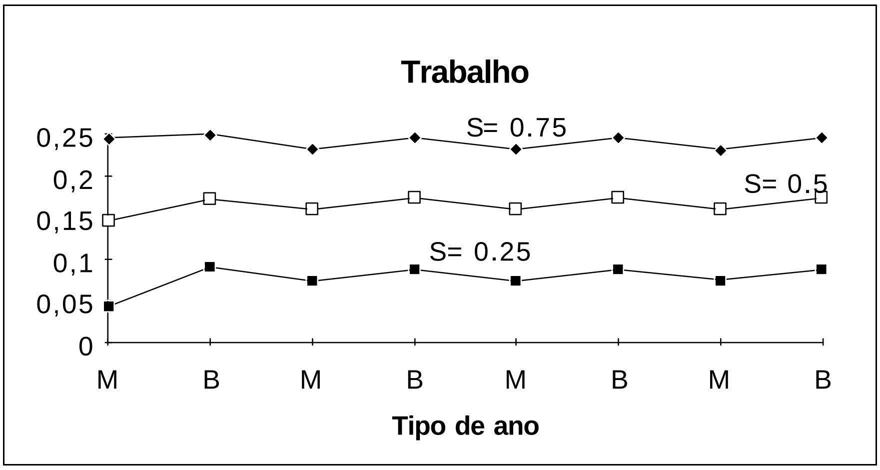


Fig. 18 - Evolução da oferta de trabalho ao longo do tempo

o que faz aumentar a produção e acessoriamente implica um consumo mais elevado como podemos ver na figura seguinte:

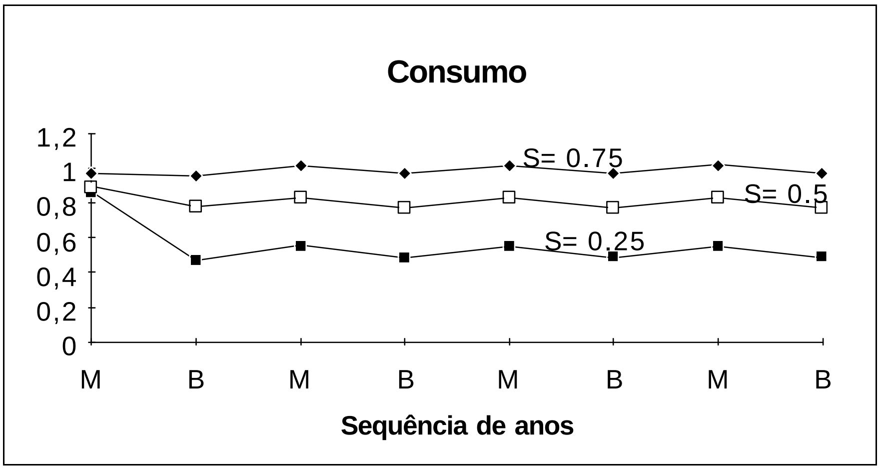


Fig. 19 - Evolução do consumo ao longo do tempo

6.2. A Moeda

A existência de moeda num permite reduzir os custos de transação. Samuelson (1958) introduz a moeda num modelo com gerações sobrepostas vivendo cada indivíduo durante dois períodos e onde existe a necessidade de troca intertemporal de bens e serviços. Mais tarde Cass e Yaari (1966) reinterpretam este modelo intertemporal considerando-o semelhante a um modelo com indivíduos que, encontrando-se dois a dois, querem trocar bens e serviços sem que exista coincidência de vontades (o indivíduo A e B encontravam-se e A queria o bem de B mas B não queria o de A pelo que B teria posteriormente que trocá-lo com C ...). A existência de moeda faz, pois, diminuir os custos de transacção facilitando trocas que poderão existir numa economia sem moeda e permitindo outras que não seriam possíveis de realizar sem ela. Para além dessa função como meio de troca, a moeda desempenha outras funções como seja a de unidade de valor e de reserva de valor (apesar de nesta função ter a competição dos activos remunerados).

No nosso modelo vamos usar a moeda como reserva de valor em substituição do stock real de precaução derivado no ponto anterior. Será usada também como meio de troca entre os trabalhadores e os proprietários permitindo numa fase a troca de trabalho por moeda e posteriormente a troca de moeda por bens e serviços. A implicação de ser meio de pagamento é que desempenhará também a função de unidade de valor.

6.3. Equilíbrio de Mercado

Nos modelos que usamos até agora os mercados estavam sempre em equilíbrio. Este facto facilita a resolução algébrica dos modelos mas tem implicações muito fortes sobre a forma como se processa a negociação entre compradores e vendedores: ou uns conhecem as funções comportamento dos outros e resolvem o problema algebricamente replicando o que se faz no modelo, ou será preciso um número grande de propostas e contrapropostas para se obterem valores próximos do equilíbrio. Se só for possível realizar um número pequeno de propostas e contrapropostas ou se existir alteração rápida do estado do sistema via choques exógenos será obrigatório aceitar a possibilidade de existirem transacções fora do ponto de equilíbrio sendo necessário propor um mecanismo que faça o sistema tender para o equilíbrio função de algumas variáveis de estado.

Vamos propor dois mecanismos de ajustamento por *feedback*[21] actuando um no mercado de mão de obra e outro no mercado de bens e serviços, podendo-se realizar transacções com o mercado em desequilíbrio.

6.3.1. Mercado de trabalho

Uma medida de desequilíbrio no mercado de trabalho é a taxa de desemprego:

$$taxa\ de\ desemprego, U = \frac{Ls - Ld}{Ls} \qquad \textbf{(49)}$$

O equilíbrio dá-se quando U=0.

Vamos assumir que o mecanismo de ajustamento que faz este mercado convergir para o equilíbrio é do tipo “curva de Phillips”, ou seja, a taxa de variação do salário é uma função do nível de desemprego:

$$\frac{dw}{dt} = f(U)\text{ , com } \frac{\partial f(U)}{\partial U} < 0 \qquad \textbf{(50)}$$

Recorde-se que no nosso modelo existe uma relação positiva entre o nível de emprego e a taxa de variação do salário real (com apenas variáveis reais no modelo).

Teremos que propor agora uma forma funcional para f( ). Vamos assumir que ela é do tipo proporcional linear:

---

[21] Nigishi (1961).

$$\frac{dw}{dt} = dw_0 + (Ls - Ld).Kw,\ com\ dw_0 > 0\ e\ Kw < 0 \quad \textbf{(51)}$$

Esta forma funcional implica uma relação linear entre o valor do excesso de oferta de mão de obra e a velocidade de variação dos salários.

6.3.2. Mercado de bens e serviços

Vamos supor que a variável de ajustamento no mercado de bens e serviços o nível de stocks que os proprietários e que este varia do seguinte modo:

$$\frac{\mathrm{d}Stock}{\mathrm{d}t} = Y - c\_total \quad \textbf{(52)}$$

Sendo o valor do stock dado pelo integral:

$$Stock_t = Stock_o + \int_0^t (Y - c\_total) \quad \textbf{(53)}$$

Vamos supor que a taxa de variação do preço será função do nível de stock que o proprietário possui e da sua velocidade de alteração:

$$\frac{d\,p}{d\,t} = g(Stock, y - c) \quad \textbf{(54)}$$

Vamos propor supor que esta função te a seguinte forma funcional:

$$\frac{dP}{dt} = Stock.Kp + (Y - c\_total).Kpd \text{, com Kp<0 e Kpd<0} \quad \textbf{(55)}$$

O proprietário sabe que se num dado instante os stocks estiverem a diminuir é porque se está a produzir menos que o procurado o que faz que o preço possa ser mais elevado aumentando assim o lucro. Ao existir um novo preço de mercado e como o salário é determinado noutro mercado, passa a existir um novo par salário nominal - preço, pelo que a produção virá também superior à anterior. No caso de crescimento de stock passar-se-á o contrário.

Temos uma resposta mista entre o aumento do preço (reacção nominal), comportamento clássico, e o aumento da oferta (reacção real), comportamento keynesiano.

O nosso modelo é homogéneo de grau zero no vector (P,w,quantidade de moeda) o que implica existir uma indeterminação quanto ao valor absoluto de P, w e quantidade de moeda. A indeterminação será quebrada impondo um valor a uma das grandezas nominais.

7- Simulação do "circuito económico"

Os capítulos que antecederam introduziram as várias componentes do "circuito económico" dinâmico que vamos agora analisar. Apesar de já termos analisado o comportamento dos agentes que vão estar em jogo haverá mais algumas considerações que será necessário fazer.

No sistema económico existem agentes que se relacionam entre si. As relações existentes são mercantis, transaccionando-se quantidades de bens ou serviços em troca de moeda.

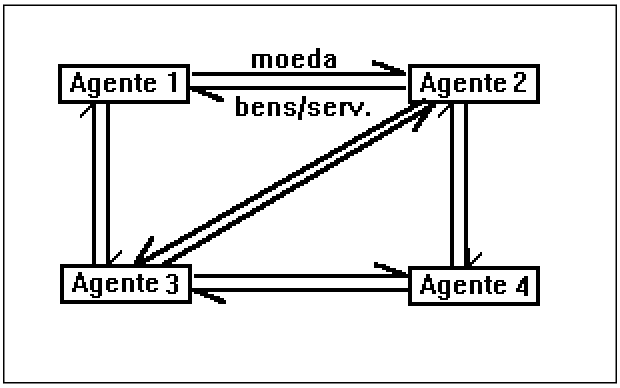


Fig. 20 - Circuito económico

Se apenas tivermos no sistema dois tipos de agentes, produtores e famílias, podemos reduzi-lo a um circuito fechado com uma via de dois sentidos opostos, onde num sentido circula moeda e no outro circulam bens e serviços.

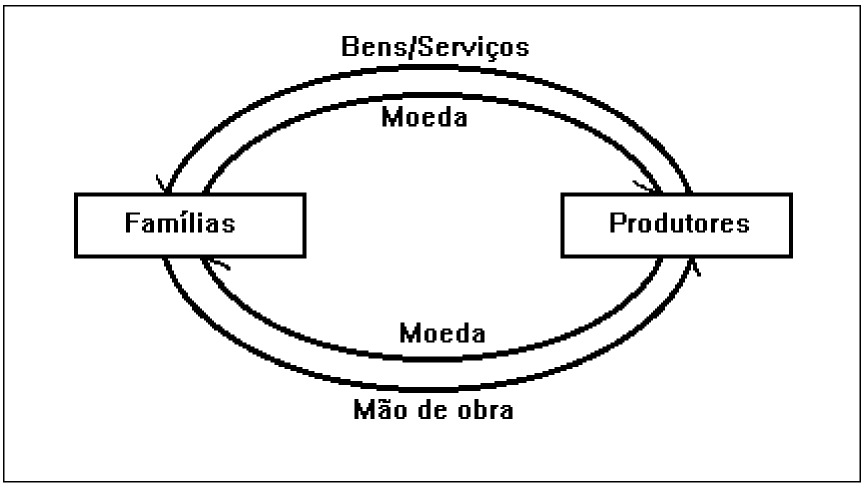


Fig. 21 - Circuito económico

7.1. Modelo do circuito económico

Vamos analisar um modelo muito simples, com apenas um trabalhador e um proprietário, tendo como base os comportamentos derivados nos capítulos anteriores e assumindo que ambos os agentes são *price takers*.

7.1.1. O trabalhador

O trabalhador vai actuar com base num cenário que pensa ser verdadeiro, situação que já analisamos no ponto 6. Não iremos usar esses resultados directamente pois temos agora o rendimento função linear das horas trabalhadas, o que não acontecia então, o que nos permite obter uma solução analítica.

- O salário real actual é considerado como o de um ano mau, havendo a certeza de que no futuro aumenta.

- Existe apenas um trabalhador, mas não tem informação que lhe permita tirar partido de ser monopolista na oferta de trabalho.

O trabalhador irá maximizar a seguinte função:

$$U = \int_{t}^{t+S+1} \left(Ucn.c^{j} - Utr.l\right).e^{-r.(x-t)}.dx \qquad \textbf{(56)}$$

com

$$c = \left(Stock + l.\frac{w}{P}.S\right) \Big/ (S+1) \qquad \textbf{(57)}$$

Quando derivamos este modelo o Stock era constituído por bens, mas vamos substituí-lo por um stock de moeda (será a riqueza em termos reais, quantidade de moeda/P). As outras variáveis são o salário nominal, w e o nível de preços, P.

Substituindo na função de utilidade e integrando, obtemos a curva de oferta de mão de obra. M representa a quantidade de moeda:

$$Ls = \frac{\left[\dfrac{\frac{Utr}{Ucn}.\left(p.\frac{S+1}{S}\right)^{j}}{j.w}\right]^{\frac{1}{j-1}} - \dfrac{M}{S}}{w} \qquad \textbf{(58)}$$

A função consumo do trabalhador será:

$$c = \frac{\dfrac{M}{p} + L.\dfrac{w}{p}.S}{S+1} \qquad \textbf{(59)}$$

Além disso o trabalhador vai determinar o nível de salário em função da diferença entre a oferta e a procura de mão de obra.

Só o trabalhador viverá sob incerteza quanto ao futuro.

7.1.2. O proprietário

O proprietário também vai ser maximizador. Como não trabalha, irá maximizar a seguinte função:

$$U = Ucn.\left(Y(L).P - L.w\right)^{j} \qquad \textbf{(60)}$$

s.a. w, P, Y(L)

Vamos assumir que a função produção tem a seguinte forma funcional:

$$Y(L) = A.L^{a} Z^{b}.K^{1-a-b} \qquad \textbf{(61)}$$

A expressão para a procura de mão de obra (Ld) será então, em concorrência perfeita dada pela seguinte expressão:

$$Ld = \left(a\,.A.Z^{b}.K^{1-a-b}\right)^{\frac{1}{1-a}}.\left(\frac{P}{w}\right)^{\frac{1}{1-a}} \qquad \textbf{(62)}$$

Uma simplificação que vamos introduzir é assumir que o proprietário consume todo o seu lucro que vale Y-L.w/P = $A.L^{\alpha}.Z^{\beta}.K^{1-\alpha-\beta}$- L.w/P.

A procura total de bens e serviços será dada pela seguinte expressão:

$$c\_total = \frac{\frac{M}{P} + L.\frac{w}{P}.S}{S+1} + \left(Y(L) - L.\frac{w}{P}\right) \qquad \textbf{(63)}$$

Como no valor do consumo total entra a riqueza do trabalhador, a procura de bens não será sempre igual à oferta. Só serão iguais no longo prazo sob um ambiente estável.

O nível de emprego, L, na economia será determinado pelo “lado curto”.

O modelo da nossa economia pode ser pois, representado pelo seguinte sistema de equações:

$$
\begin{cases}
Ls = \dfrac{\left[\dfrac{\frac{Utr}{Ucn}.\left(P.\frac{S+1}{S}\right)^{\varphi}}{\varphi.w}\right]^{\frac{1}{\varphi-1}} - \dfrac{M}{S}}{w} \\
Ld = \left(J.A.Z^{\beta}.K^{1-\alpha-\beta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}.\left(\dfrac{P}{w}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \\
L = \min(Ls, Ld) \\
c\_total = \dfrac{\dfrac{M}{P} + L.\dfrac{w}{P}.S}{S+1} + \left(Y(L) - L.\dfrac{w}{p}\right) \\
Y(L) = A.L^{\alpha}.Z^{\beta}.K^{1-\alpha-\beta} \\
\dfrac{dw}{dt} = dw_0 + \left(Ls - Ld\right).Kw \\
\dfrac{dP}{dt} = Stock.Kp + (Y - c\_total).Kpd
\end{cases}
\qquad \textbf{(64)}
$$

Temos um sistema de equações diferenciais difícil de manipular pelo que será necessário mais uma vez o uso de métodos de cálculo numérico.

Estes métodos obrigam a discretizar o modelo no tempo pelo que teremos que transformar o comportamento contínuo dos nossos agentes em comportamento discreto, além de termos que decidir quando é que os agentes tomam as decisões. Vamos então assumir o seguinte:

- o tempo contínuo vai ser dividido em intervalos de tempo com a duração de ΔT unidades de tempo cada;

- os agentes tomam decisões apenas no instante inicial do intervalo ΔT e não poderão rever as suas decisões durante esse período.

7.2. Discretização do modelo

- As curvas de oferta (Ls) e de procura de mão de obra (Ld) serão as mesmas do caso contínuo pois não são equações diferenciais.

- A procura total será dada pela seguinte expressão:

$$c\_total = \left[\frac{\frac{M}{p} + L.\frac{w}{P}.S}{S+1} + \left(Y(L) - L.\frac{w}{P} \right) \right].\Delta T \tag{65}$$

- A oferta de bens e serviços será dada pela seguinte expressão:

$$\boldsymbol{Y = \left(A.L^{\alpha}.Z^{\beta}.K^{1-\alpha-\beta} \right).\Delta T} \tag{66}$$

- Evolução do salário nominal

A discretização da equação (51) será $\Delta w = \left(dw_0 + (Ls - Ld).Kw \right).\Delta T$ que após transformação em taxas de variação permite obter a seguinte expressão:

$$\frac{w_{t+1}}{wt} = 1 + (Ld - Ls).kw \text{ , com } kw = Kw.\frac{\Delta T}{w_i} \tag{67}$$

O valor de dw traduzirá a que taxa terá que aumentar o salário nominal para manter a oferta de mão de obra igual à procura de mão de obra enquanto kw traduzirá quanto variará essa taxa por unidade de desemprego. dw será positivo e kw negativo. A taxa de variação refere-se a um intervalo de tempo. Se considerarmos dw ser igual a zero isso corresponde a assumir a existência de um *trade-off* entre desemprego e taxa de crescimento dos salários no longo prazo.

- Evolução do preço nominal.

A discretização da equação (55) dará a seguinte expressão:

$$\frac{P_{t+1}}{P_t} = 1 - Stock.kp - \Delta Stock.kpd \text{, com } kp = Kp.\frac{\Delta T}{Pi} \text{ e } kpd = Kpd.\frac{\Delta T}{Pi} \tag{68}$$

Kp, Kpd são parâmetros que dizem qual a variação percentual do preço em cada período de tempo de duração ΔT relativamente a um stock unitário e a uma variação unitária do stock, respectivamente.

O modelo completo discretizado será o seguinte:

$$
\begin{cases}
Ls = \dfrac{\left[\dfrac{\frac{Utr}{Ucn}.\left(P.\frac{S+1}{S}\right)^{j}}{j\,.w}\right]^{\frac{1}{j-1}} - \dfrac{M}{S}}{w} \\
Ld = \left(a\,.A.Z^{b}.K^{1-a-b}\right)^{\frac{1}{1-a}}.\left(\dfrac{P}{w}\right)^{\frac{1}{1-a}} \\
L = \min(Ls, Ld) \\
c\_total = \left[\dfrac{\dfrac{M}{P} + L.\dfrac{w}{P}.S}{S+1} + \left(Y(L) - L.\dfrac{w}{P}\right)\right].\Delta T \\
Y = \left(A.L^{a}.Z^{b}.K^{1-a-b}\right).\Delta T \\
\dfrac{w_{t+1}}{w_t} = dw + (Ls - Ld).kw \\
Stock_{t+1} = Stock_t + \left(Y - c\_total\right) \\
\dfrac{P_{t+1}}{P_t} = 1 - Stock_t.kp - \Delta Stock.kpd
\end{cases}
\qquad \textbf{(69)}
$$

7.3. Simulação

Como pretendemos estudar a evolução dinâmica das variáveis vamos estudar como reagem as mesmas a diversos choques exógenos não antecipados (reacção a impulsos), partindo de um estado estacionário.

Para dar certo realismo à discretização do tempo vamos considerar que cada unidade de tempo, por exemplo, um ano, será dividida em 12 períodos (meses). Os agentes tomam as suas decisões no início de cada mês.

Para parâmetros foram usados os valores que arbitramos no início e que temos vindo a usar nas diversas simulações numéricas (quadro 2), acrescentando valores para os novos parâmetros. Os valores usados foram escolhidos, depois de diversas simulações, de forma ao sistema ser estável. O estudo das condições de estabilidade do sistema foi feito apenas de forma qualitativa mas será um campo a investigar.

A=	1	dw=	0
Z=	7.5	kw=	-0,5
K=	10	kpd=	-0,01
α=	0,6	kp=	0,1
β=	0,2	Utr/Ucn=	1
S=	1	φ=	0,5

Quadro 6 - Valores dos parâmetros usados na simulação

7.3.1. Choque monetário

Um agente compra 0.05 unidades de bens e serviços com dinheiro novo. As compras vão-se realizar ao longo dos últimos 6 meses do ano 0. Essa quantidade corresponde a 6% da produção "anual" de equilíbrio e a 10% da riqueza real do trabalhador.

7.3.1.1. Efeitos nominais

Nível do preço

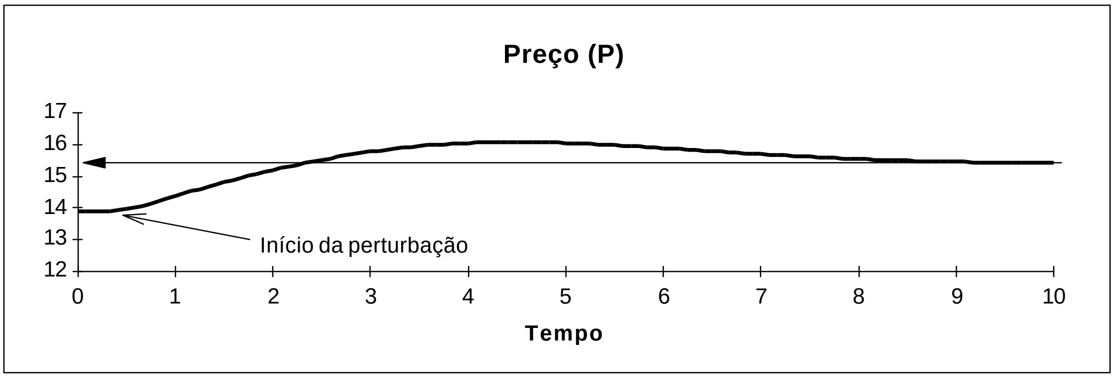


Fig. 22 - Variação dos preços (choque monetário)

Observa-se um aumento do preço de aproximadamente 11% no longo prazo. Estamos dentro das previsões da teoria quantitativa da moeda que diz que aumentos na oferta de moeda causam um aumento proporcional no nível geral de preços, sem efeitos reais duradouros.

Observou-se um *overshooting*, que é função dos parâmetros usados no modelo de evolução dos preços. Os valores dos parâmetros são importantes na estabilidade do modelo. Valores muito grandes, que traduziriam nervosismo por parte dos agentes, levam ao sistema oscilar podendo não estabilizar.

A evolução do sistema é lenta, demorando cerca de dois anos a atingir o novo nível de preços.

Nível de salário nominal

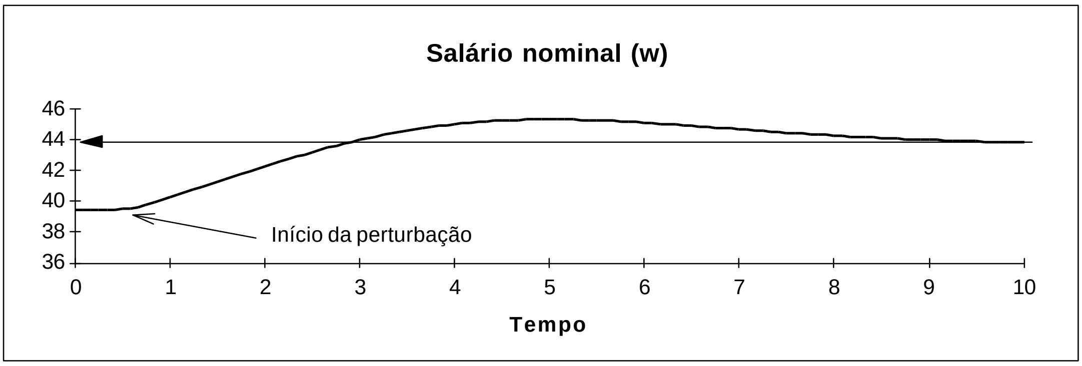


Fig. 23 - Variação dos salários nominais (choque monetário)

O salário nominal comporta-se de forma muito semelhante ao preço, mas a evolução é um pouco mais lenta (3 anos). O trabalhador forçou o aumento do seu salário por terem subido os preços. O ser a evolução dos salários mais lenta que a dos preços faz com que o salário real diminua, induzindo efeitos reais das variações nominais.

7.3.1.2. Efeitos reais

Salário real

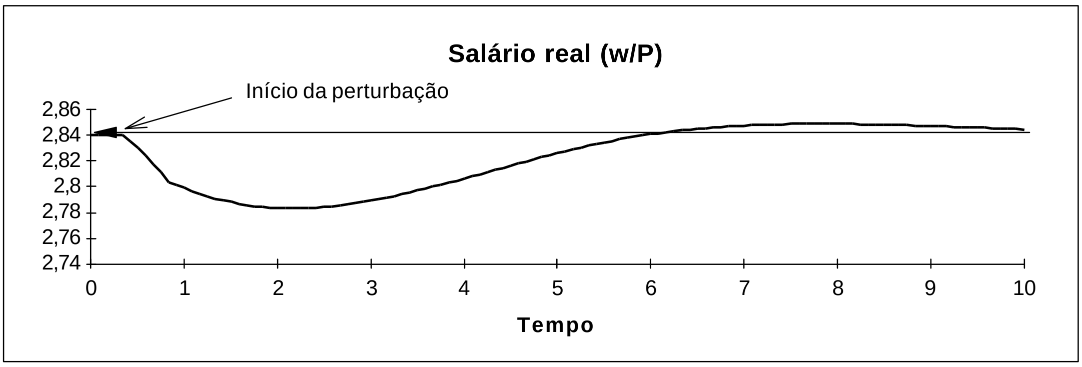


Fig. 24 - Variação dos salários reais (choque monetário)

No curto prazo o salário real cai ligeiramente atingindo o seu mínimo ao fim de dois anos (-2%). No longo prazo (6 anos) volta ao seu nível estacionário.

O salário reage menos rapidamente que o preço porque o aumento do nível de preços faz diminuir a riqueza real do trabalhador. Esta diminuição faz com que a oferta de mão de obra não diminua com a queda do salário real, mas antes aumente (e diminua o consumo).

Devemos ter em atenção que o choque não é puramente monetário porque a emissão de moeda foi acompanhada pelo desaparecimento de 0.05 unidades de bens em termos reais.

Nível de produção

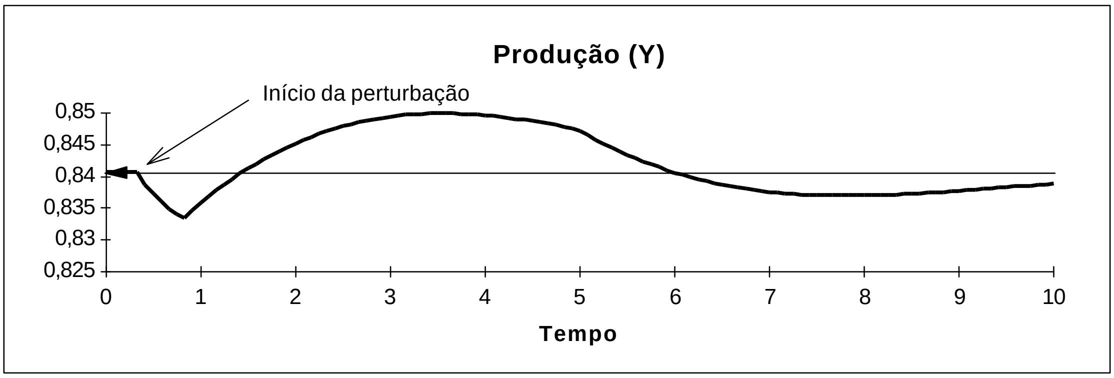


Fig. 25 - Variação do nível de produção (choque monetário)

O aumento da produção (1%) deve-se a que, por um lado, a curva de oferta de mão de obra deslocou-se devido à diminuição da riqueza do trabalhador de modo que oferece mais trabalho para o mesmo salário real. O trabalhador dispôs-se a trabalhar mais mesmo com um salário mais baixo por o aumento dos preços ter degradado a sua riqueza em termos reais no curto prazo. No entanto a médio prazo observa-se uma diminuição da produção apesar de muito ligeira (-0.4%) devido ao *overshooting* dos preços que induz uma subida da riqueza. A longo prazo voltamos aos níveis de partida.

O choque monetário induziu efeitos reais positivos no curto prazo de pequena amplitude que desaparecem no longo prazo.

7.3.2. Choque real

A quantidade de água, z, aumenta no fim do sexto mês do primeiro ano de 7.5 unidades para 10 unidades e tal mantém-se durante 12 meses. Os proprietários tomam consciência de tal alteração imediatamente (alteração da produtividade), mas os trabalhadores não.

7.3.2.1. Efeitos nominais

Nível de preços

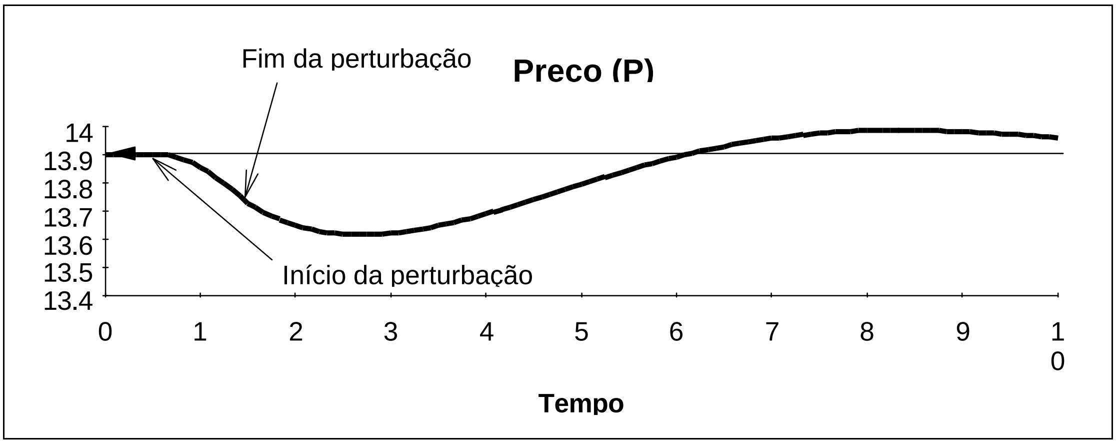


Fig. 26 - Variação dos preços (choque real)

Devido à melhoria da produtividade dos factores causada pelo choque exógeno, aumenta a produção o que induz a queda dos preços rapidamente. Tal descida continua para além do fim do choque devido à existência de um nível de stocks muito elevado por o preço reagir de forma lenta. O preço mínimo é atingido já depois de terminado o período de perturbação. O nível de preços volta ao nível de partida existindo um pequeno *overshooting*.

Salário nominal

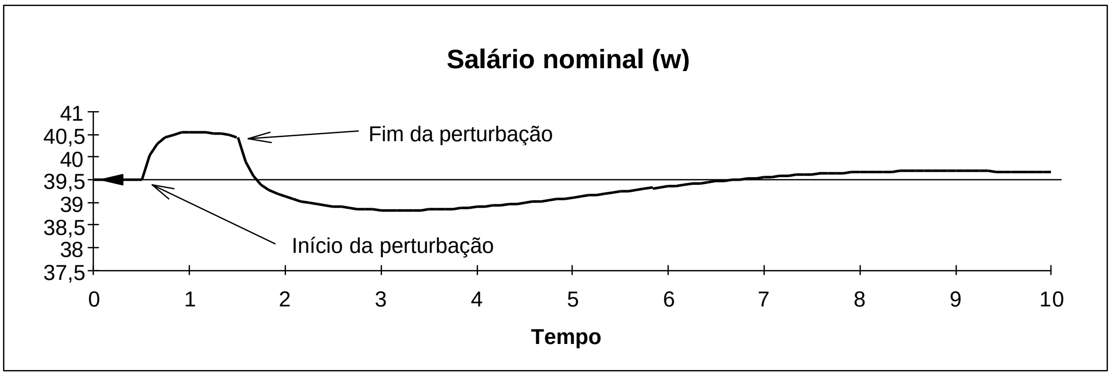


Fig. 27 - Variação dos salários nominais (choque real)

O salário reage prontamente subindo (1%) e evoluindo portanto, em sentido contrário ao do preço. O reagir mais prontamente do que no caso do choque monetário deve-se ao facto de que associado a um aumento da procura de mão de obra existe um aumento da riqueza induzido pela descida dos preços, que forçam ambos à subida dos salários enquanto no caso do choque monetário o efeito riqueza fez o salário subir mais lentamente.

No fim do choque vemos o salário cair rapidamente porque o nível de preços está muito baixo devido à existência de grande quantidade de bens em stock e à diminuição da produtividade do trabalho.

7.3.2.2. Efeitos reais

Salário real

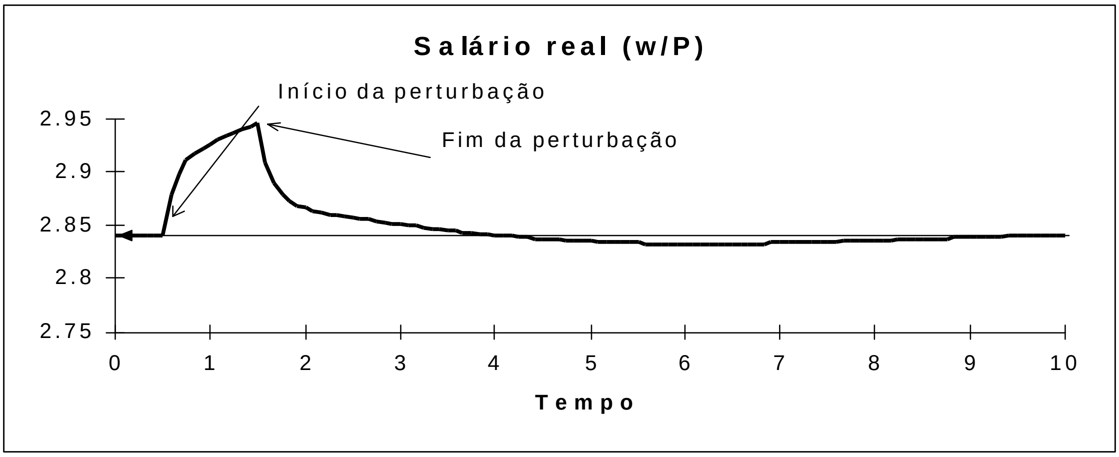


Fig. 28 - Variação do salário real (choque real)

Há um ganho real de 3,5% no fim do período de perturbação, voltando rapidamente ao valor estacionário. Não causa efeitos no longo prazo provavelmente pela não existência de investimento no modelo.

Nível de produção

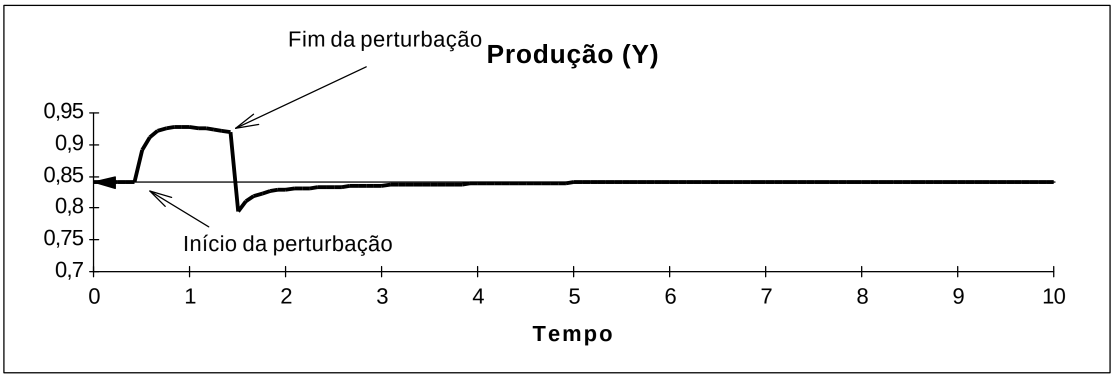


Fig. 29 - Variação do nível de produção (choque real)

O nível de produção aumenta (10%) devido ao facto da produtividade dos factores ter aumentado. Observa-se um ténue *overshooting* resultante da oferta de mão de obra ser elástica e haver alguma inércia na variação das grandezas nominais. Quando voltamos às condições iniciais, terminando o choque positivo, o salário real estará momentaneamente muito elevado o que induz uma diminuição brusca da produção para valores anormalmente baixos. O choque positivo induz uma pequena depressão com duração razoável.

É interessante notar que os fortes efeitos reais (aumento de 10% na produção) observados são de duração limitada ao período durante o qual acontece o choque exógeno enquanto os efeitos nominais são mais prolongados no tempo.

7.3.3. Alteração das expectativas dos agentes

Suponhamos que a confiança cai fazendo aumentar S de 1 para 1.1 em meados do ano 0.

7.3.3.1. Efeitos nominais

Nível de preço

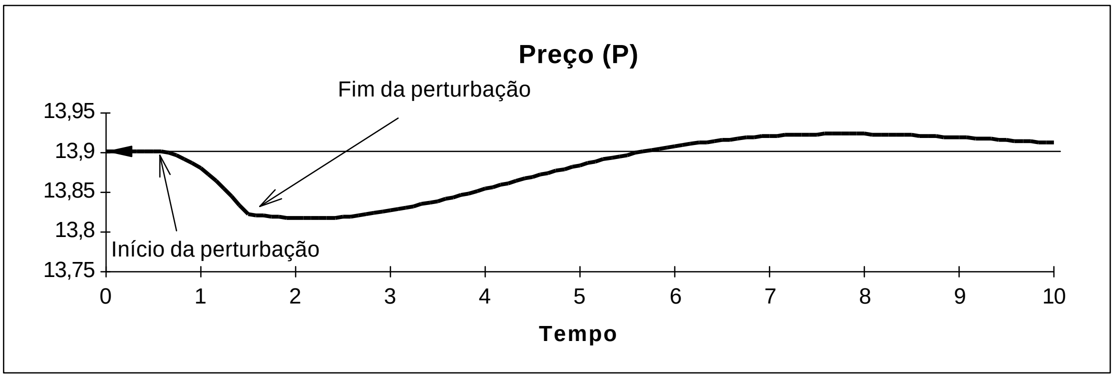


Fig. 30 - Variação dos preços (alteração das expectativas)

A diminuição da confiança faz diminuir o consumo que induz uma ligeira queda dos preços (-0.6%).

Nível de salário nominal

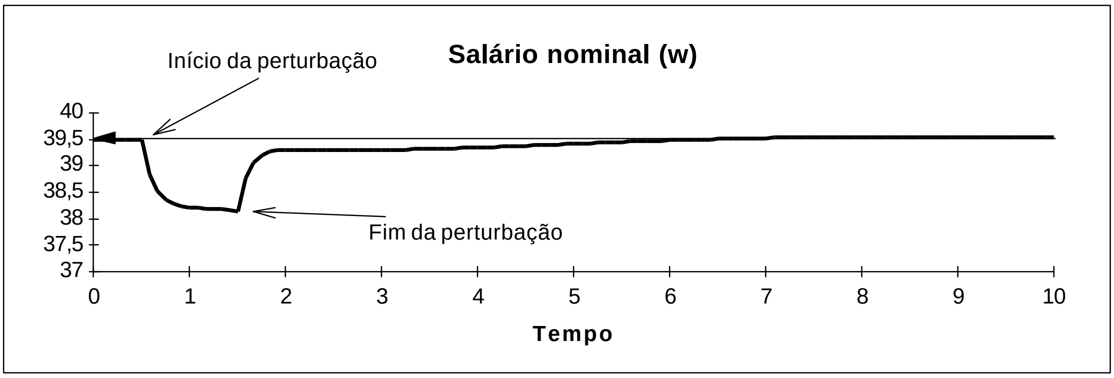


Fig. 31 - Variação dos salários nominais (alteração das expectativas)

O salário nominal também diminui. Como observamos quando estudamos o comportamento do agente em situação de incerteza, o facto de ser mais pessimista faz com que aumente a oferta de mão de obra para um dado salário real induzindo, como veremos na figura 33, uma diminuição do salário real. Este facto associado à queda do nível de preços faz com que a diminuição do salário nominal seja maior do que a queda dos preços (-4%).

7.3.3.2. Efeitos reais

Salário real

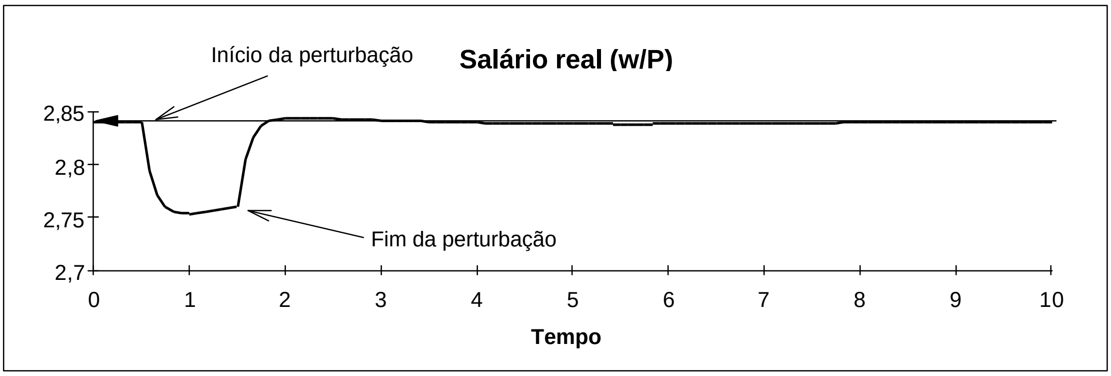


Fig. 32 - Variação dos salários reais (alteração das expectativas)

A queda do salário real acontece por o trabalhador pretender trabalhar mais para um dado salário como vimos quando estudamos o seu comportamento em situação de incerteza. Como a procura de mão de obra é elástica, tal induz uma queda do salário real.

Nível de produção

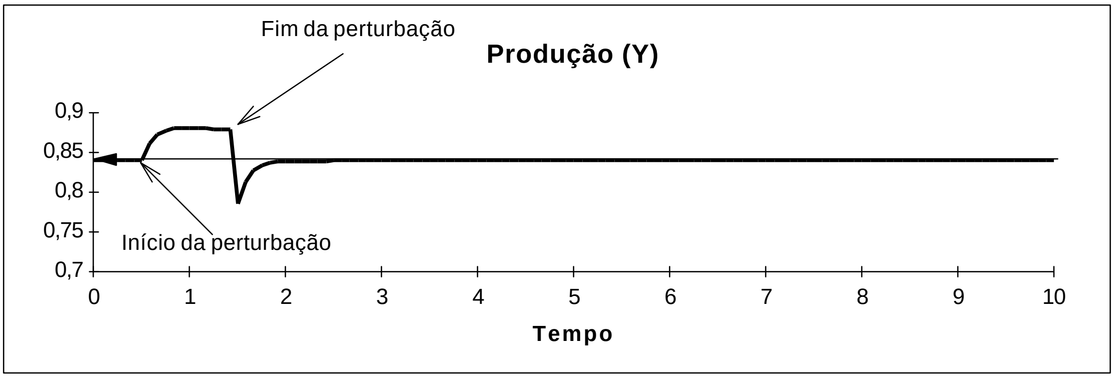


Fig. 33 - Variação do nível de produção (alteração das expectativas)

A queda do salário real faz com que aumente a procura de mão de obra e da produção (+2%). Como durante esse período, devido ao pessimismo, o trabalhador acumula stocks, ultrapassada essa fase a riqueza acumulada tem um efeito negativo sobre as variáveis reais induzindo um *overshooting*.

Uma alteração das expectativas tem o mesmo efeito que um choque exógeno real apesar de ser de menor amplitude (2% de aumento da produção contra 10%). É, no entanto, importante salientar que se a alteração das expectativas for induzida erradamente terá como consequência uma crise depois dos indivíduos descobrirem não serem fundamentadas as informações que os levaram a alterar as expectativas.

7.3.4. Alteração da taxa de crescimento do stock de moeda

É importante vermos o comportamento do modelo com alterações da taxa de crescimento do stock de moeda por ser um ponto sobre o qual se tem discutido muito (se terá efeito real ou não) e por ser a resposta à questão inicial que motivou a realização deste trabalho: como evoluirá a taxa de inflação entre períodos de crescimento sustentado do stock de moeda. Iremos considerar que a taxa de crescimento do stock de moeda no período inicial é de 5% ao ano e passa posteriormente a ser de 10% ao ano. Alteramos o valor do parâmetro kp para 0.33 (é um valor que torna o comportamento das variáveis mais de acordo com os factos estilizados neste domínio).

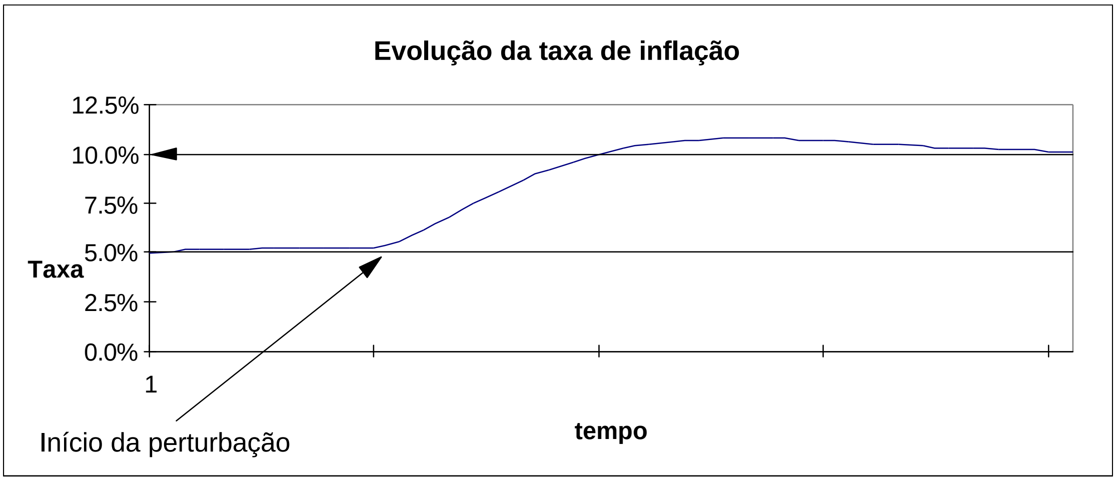


Fig. 34 - Evolução da taxa de inflação

A evolução observada na inflação está de acordo com Friedman (Fig. 1) que diz que a taxa de inflação iguala a taxa de variação do stock de moeda no longo prazo existindo um *overshooting* no curto prazo. Apesar do comportamento desta variável ser aceitável isso já não acontece com as variáveis reais: existe um excesso de procura de mão de obra que é tanto maior quanto maior for a taxa de inflação (o que se deve ao facto de fazendo o parâmetro dw ser igual a zero se estar a validar a existência da curva de Phillips no longo prazo) e o nível de stocks não tende para zero no longo prazo :

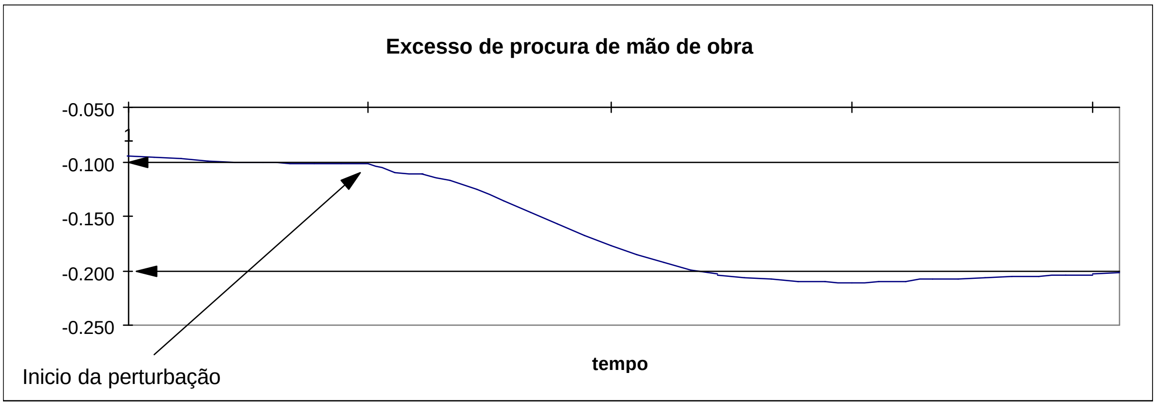


Fig. 35 - Evolução do emprego - Excesso de procura

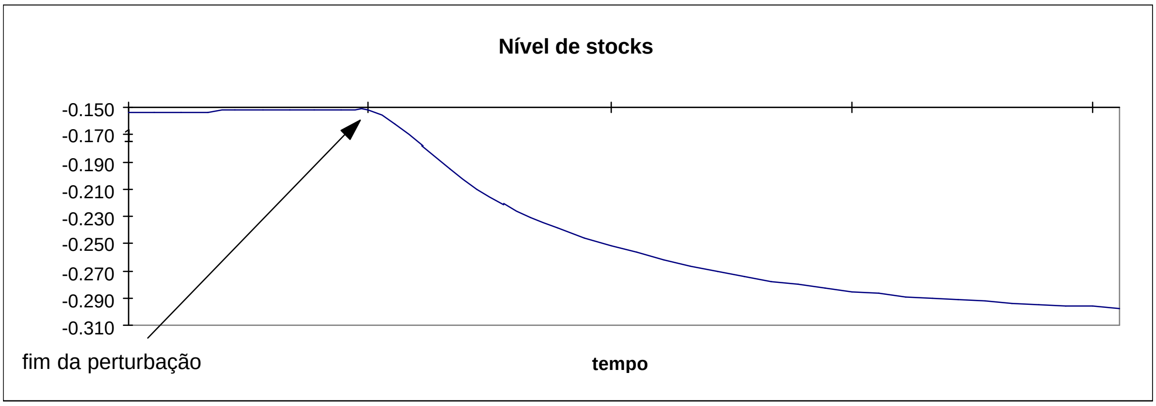


Fig. 36 - Nível de stocks

No entanto se considerarmos que dw é diferente de zero (0.1) a taxa de desemprego já tenderá para zero no longo prazo:

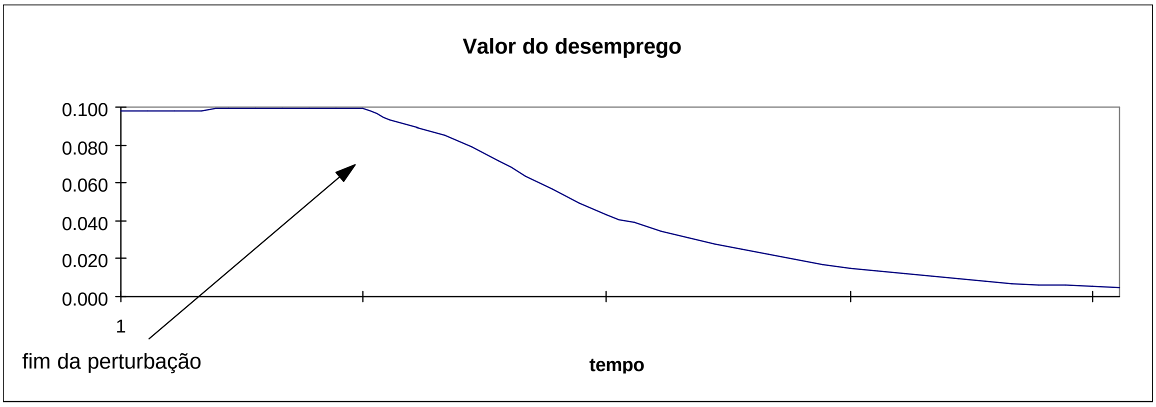


Fig. 37 - Evolução do emprego - excesso de oferta

São, pois, de rejeitar as hipóteses de que a velocidade de variação dos salários nominais é uma função linear do valor do desemprego e a velocidade de variação dos preços é uma função linear da diferença entre a procura e a oferta de bens e do nível de stocks.

7.4. Conclusão

Neste capítulo analisamos um modelo com mercados em desequilíbrio e o seu comportamento ao longo do tempo quando atingido por choques exógenos. Com os resultados que passamos a expor:

Um choque nominal tem apenas efeitos nominais no longo prazo mas tem também efeitos reais ligeiros no curto prazo. Este facto deve-se a dois factores: por um lado, à variação do nível de riqueza induzida pela alteração do nível de preços e, por outro lado, à lentidão da resposta aos choques exógenos induzida pela falta de informação que os agentes possuem.

Um choque real tem efeitos fortes nas variáveis reais que, no entanto, apenas duram enquanto dura o choque. Os efeitos sobre as variáveis nominais são mais ténues, mas prolongam-se mais no tempo. No longo prazo não existem nem efeitos reais, nem nominais (provavelmente devido ao pressuposto de inexistência de investimento em capital fixo).

Uma alteração de expectativas tem efeitos reais e nominais. Assemelha-se a um choque real mas os seus efeitos em termos quantitativos são menores. No entanto os efeitos sobre o nível de vida e sobre o valor que toma a função de utilidade, são diferentes: enquanto a utilidade aumenta no caso de existência de um choque real positivo (diminuição se o choque for negativo) já no caso da alteração de expectativas observa-se sempre uma diminuição desde que o agente esteja enganado, independentemente de tal erro induzir um aumento do produto ou uma diminuição. Daqui se conclui que induzir alteração das expectativas nos agentes para aumentar o produto só será de fazer se se estiver a corrigir erros.

A inflação é induzida pelo crescimento do stock de moeda e no longo prazo a taxa de inflação é igual à taxa de variação do stock de moeda. Apesar de ser um fenómeno monetário, a inflação poderá ter efeitos nas variáveis reais quer no curto prazo quer no longo prazo dependendo dos valores dos parâmetros do modelo.

8. Horizonte temporal finito

Quando fazemos o agente actuar de forma a maximizar o valor presente da utilidade futura temos um problema do tipo seguinte (0 é o instante inicial):

$$\left\{ x(t) : U(x(t)) = \max\left(\int_0^T u(x(t)).e^{-r.t}.dt \right) \right\}$$
$$com \ \int_0^T g(x(t)).dt \leq y \qquad \textbf{(70)}$$

Este modelo torna-se difícil de analisar por métodos algébricos a menos que consideremos o horizonte temporal, T, infinito. O que propomos fazer neste ponto é o estudo do modelo quando o horizonte temporal é finito.

Se generalizarmos o problema a n variáveis teremos:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t) : U(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) = \\ \qquad\qquad = \max\left(\int_0^T u(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)).e^{-r.t}.dt \right) \end{array} \right\} \qquad \textbf{(71)}$$
$$com \ \int_0^T g(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)).dt \leq y$$

A grande dificuldade deste tipo de problemas é estarmos em presença de uma funcional sendo por isso a solução da maximização um conjunto de funções e não um valor. A determinação de tais funções é extremamente difícil e apenas em alguns casos particulares existe solução analítica. Uma das poucas situações com solução analítica é o uso da função exponencial com horizonte temporal infinito

É no entanto possível encontrar soluções analíticas para alguns casos embora seja muito trabalhoso [Stokey & Lucas & Prescott, 1989].

Um caminho possível a seguir é determinar numericamente a solução deste nosso problema e usar simulação para testar hipóteses [Hubbard, Skinner & Stephen 1994].

8.1. Modelo com um indivíduo e uma variável de decisão

- O agente produz um fluxo y constante ao longo do tempo, fruto do seu trabalho;

- do que produz consume c(t) e poupa s(t);

- a poupança é remunerada à taxa r;

- utilidade futura é descontada para o presente à taxa ρ;

- o agente tem um período de vida limitado, conhecido, e não lhe dá utilidade deixar herança;

- a utilidade instantânea é dada por u(c(t))=c(t)$^\alpha$, (função isoelástica).

O nosso agente actuará de forma a maximizar a sua função utilidade intertemporal sujeito à restrição orçamental[22]:

$$U = \max \int_0^T c(t)^a \, . e^{-r.t}$$
$$s.a. \int_0^T c(t) = Y.T + \int_0^T s(t).e^{R.t} \qquad \textbf{(72)}$$

A restrição orçamental é do tipo NPG (Non Ponzi Game).

8.1.1. Algoritmo numérico de resolução

Vamos fazer amostragem da função óptima que maximize o integral, c(t), em n pontos transformando a procura da função que maximiza a funcional no problema de determinar n pontos que maximizam a função U(c(1),c(2),...,c(n)).

1. Dividimos o período em consideração em n intervalos, durando cada intervalo ΔT. Passaremos a ter Y=y. ΔT

2. Consideramos que não existe poupança e o consumo em cada período, c(i), é igual à produção, Y:

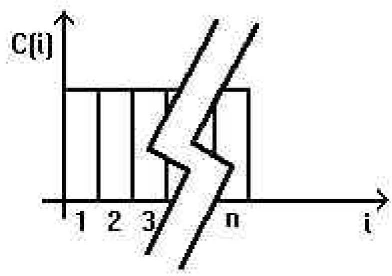


Fig. 38

[22]A restrição orçamental será dada pela soma dos rendimentos do trabalho mais os juros recebidos.

3. Vamos agora tirar do período i uma unidade de consumo e colocar no período j uma unidade de consumo acrescido dos juros, de forma a tornar maior a utilidade descontada. Se fizermos isto de forma exaustiva obtemos uma amostragem da nossa função consumo em n pontos.

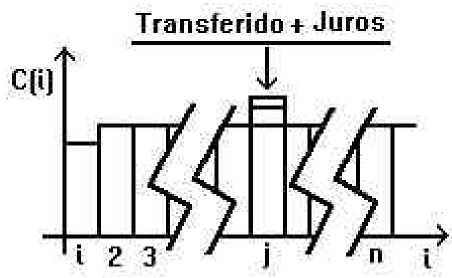


Fig. 39

Vamos agora explorar o algoritmo testando algumas hipóteses que são consideradas na literatura. Para testarmos as hipóteses compararemos duas situações em que apenas difere a variável que pretendemos estudar.

A) Hipótese da independência entre a forma funcional da função consumo e o nível de rendimento do indivíduo

Situação A.1	Situação A.2
n=71, (0 a 70)	n=71, (0 a 70)
r=3%	r=3%
ρ=2%	ρ=2%
Rend. Por per.= 205.36130	Rend. por per.=102.68065
Rend. Capitalizado=50000	Rend. Capitalizado=25000

B) Hipótese da independência entre a forma funcional da função consumo e a taxa de juro e a sua dependência da diferença entre a taxa de juro e a taxa de desconto da utilidade;

Situação B.1	Situação B.2
Igual a A.1	n=71, (0 a 70)
	r=5%
	ρ=4%
	Rend por per.= 75.81495
	Rend. Capitalizado=50000

C) Hipótese da independência entre a forma funcional da função consumo e a irregularidade do rendimento

Situação C.1	Situação C.2
Igual a A.1	n=71, (0 a 70) r=3% ρ=2% Rend. por per. é 0 em todos os períodos excepto no 30 no qualquer vale 7529.8553 Rend. Capitalizado=50000

Os resultados da simulação foram (apenas alguns períodos mostrados):

	(A,B,C).1	A.2	B.2	C.2	(A,B,C).1	A.2	B.2	C.2
Período	Consumo (em valor)				Consumo (nomalizado à unidade)			
0	120.541	59.849	50.826	60.166	0.649%	0.644%	0.647%	0.647%
20	179.246	89.595	75.815	89.412	0.965%	0.964%	0.966%	0.962%
40	266.868	132.962	112.45	133.473	1.436%	1.430%	1.432%	1.436%
60	396.748	198.822	167.711	198.334	2.135%	2.139%	2.136%	2.133%
70	480.365	241.237	204.954	241.326	2.585%	2.595%	2.610%	2.596%

Quadro 7 - Quadro de resultados

No quadro podemos observar que o perfil da função consumo é idêntica em todas as situações o que nos leva a poder afirmar que realmente como é referido na literatura, a forma funcional da função consumo é independente do nível de rendimento, da taxa de juro e da regularidade ou irregularidade do rendimento, dependendo sim do rendimento permanente e da diferença entre a taxa de juro e o factor de desconto da utilidade.

Apresentamos graficamente a função consumo (normalizamos o consumo de forma ao seu integral valer um):

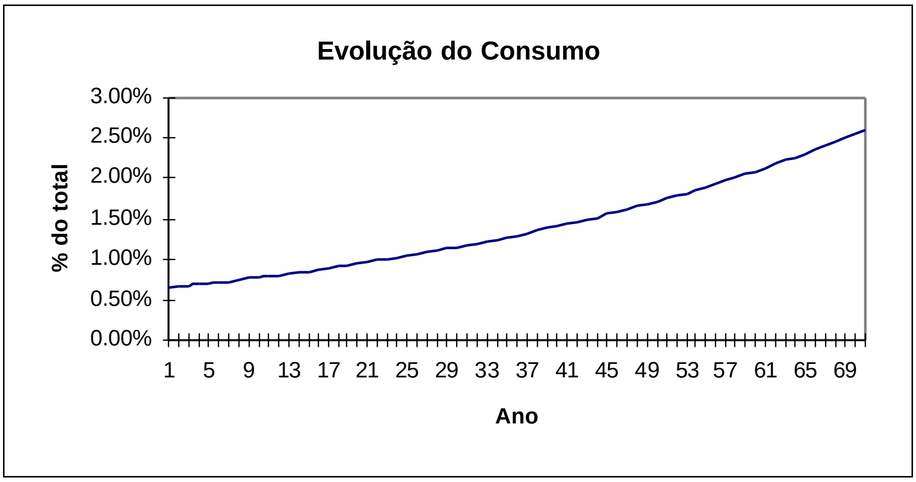


Fig. 40 - Evolução do consumo ao longo do ciclo de vida

E a função riqueza.

No caso de rendimentos constantes (A.1):

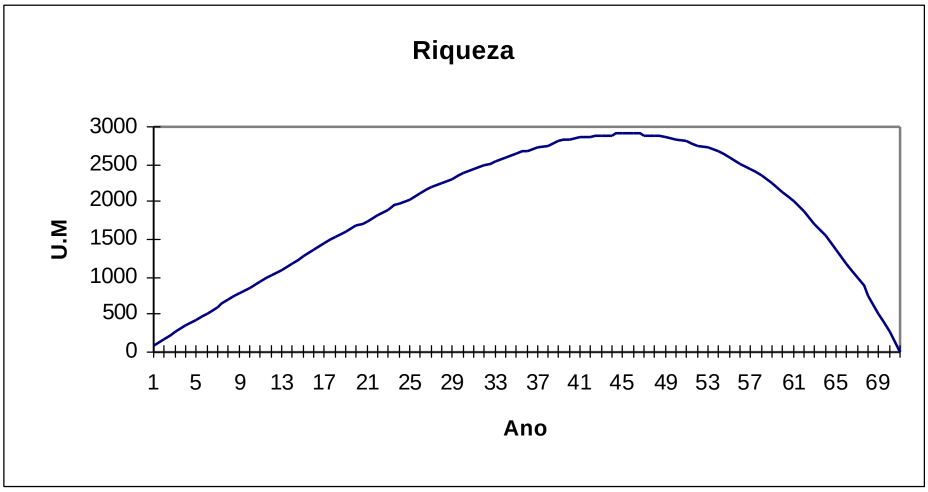


Fig. 41 - Evolução da riqueza ao longo do ciclo de vida (rendimentos constantes)

No caso do rendimento ao longo do ciclo de vida variar a riqueza vai também variar de forma a regularizar o consumo. Por exemplo, no caso extremos de o rendimento se limitar ao instante 30 (o caso em que o indivíduo recebe uma herança prevista - C.1) a evolução da riqueza virá:

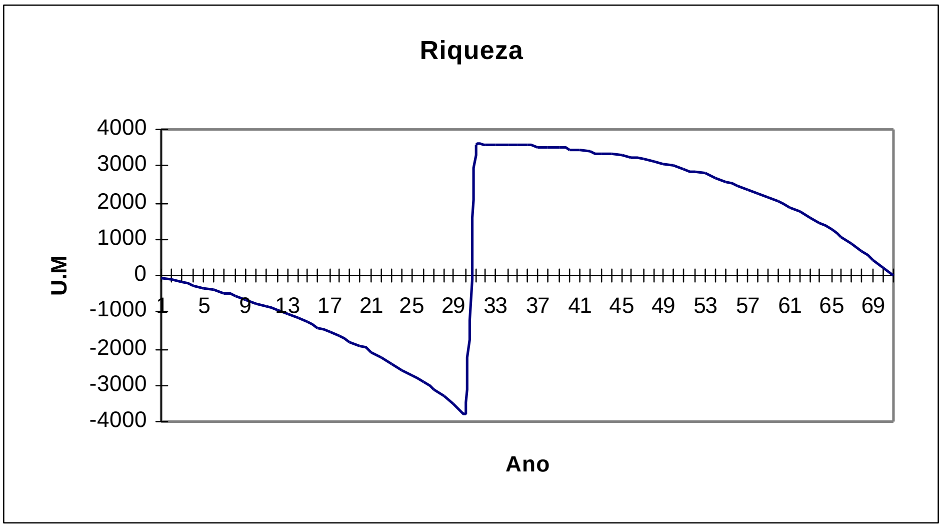


Fig. 42 - Evolução da riqueza ao longo do ciclo de vida (herança certa aos 30 anos)

8.2. Modelo com um indivíduo e duas variáveis de decisão

No caso anterior não se conhecia a fonte do rendimento do agente. Vamos agora expandir o modelo incorporando a possibilidade do agente fornecer trabalho, decidindo portanto, qual o seu rendimento. Vamos considerar o seguinte:

- a pessoa trabalha, N(t),obtendo como rendimento $y = A.N(\mathrm{t})^{J}$;
- é livre de determinar o quanto quer trabalhar;
- consome, c(t), o fruto do seu trabalho;
- a utilidade é dada por $u(c(t),N(t))=Uc.c(t)^{\alpha}-Utr.N(t)$.

Teremos que maximizar uma função com 142 variáveis (71 períodos x duas variáveis):

$$F=Uc.\left(Qcons(0)^{\alpha}+\ldots+Qcons(n)^{\alpha}\right)-Utr.\left(N(0)+\ldots+Utr.N(n)\right) \quad \textbf{(73)}$$

A estratégia adoptado na resolução numérica será a seguinte:

1. Atribuir inicialmente os valores da optimização estática:

$$N=\left(\frac{Uc}{Utr}.a.J.A^{a}\right)^{\frac{1}{1-a.J}} \quad \textbf{(74)}$$

$$c=y=A.N^{J}$$

2. Vamos variando ligeiramente as quantidades de trabalho e de consumo em cada período de forma a tornar, em simultâneo para as 142 variáveis, o valor de F máximo.

Os resultado, representados graficamente, são os seguintes:

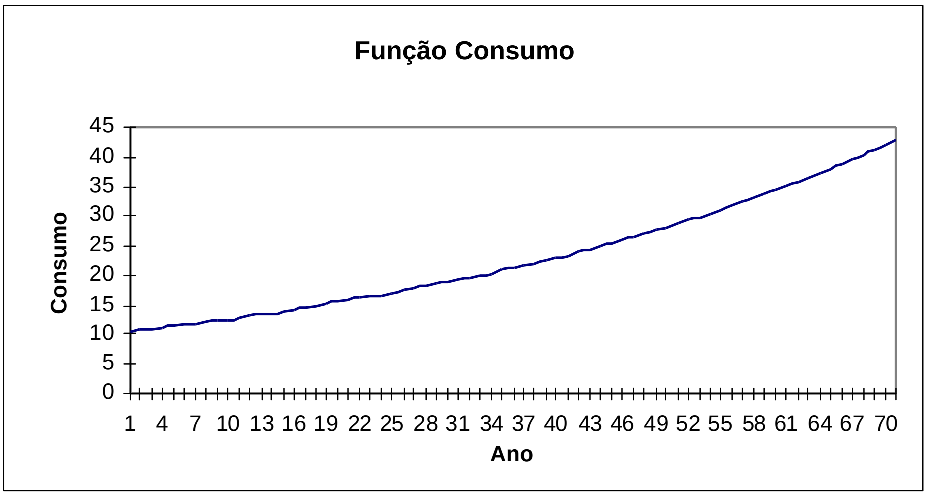


Fig. 43 - Função consumo ao longo do ciclo de vida

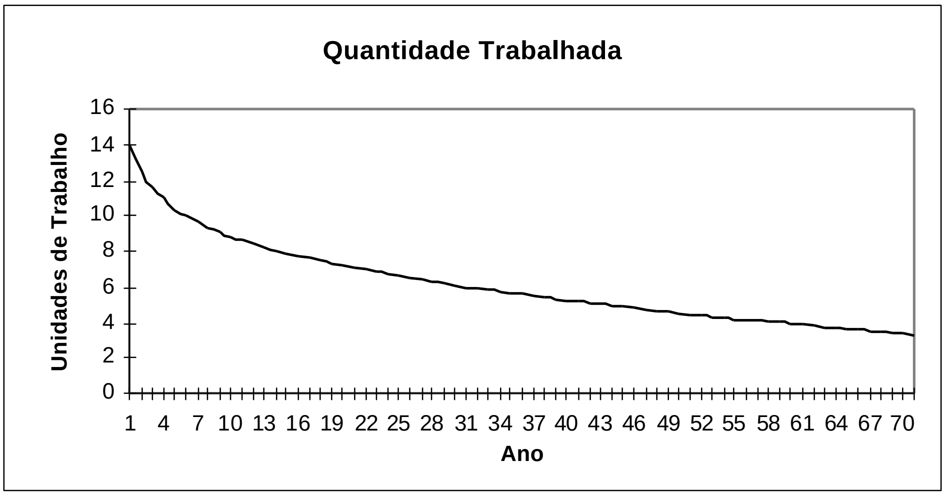


Fig. 44-Quantidade de trabalho a realizar ao longo do ciclo de vida

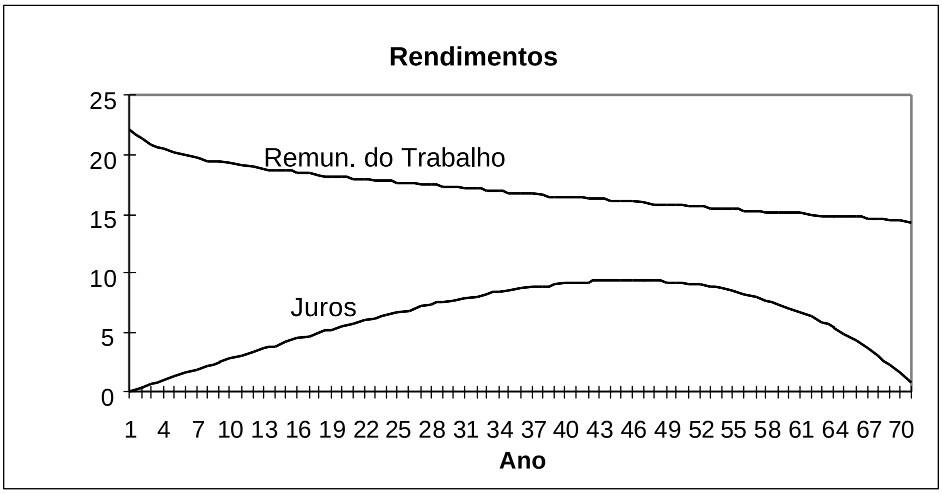


Fig. 45 - Fontes de rendimento

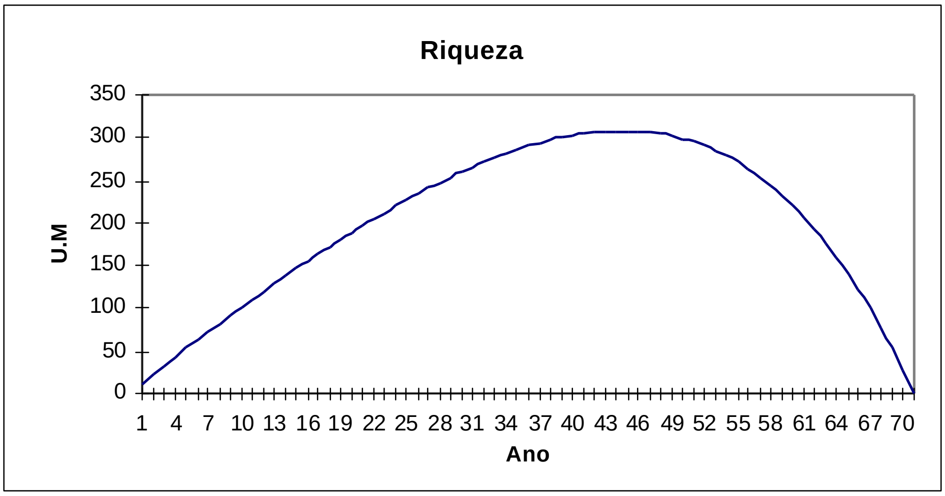


Fig. 46 - Evolução da riqueza ao longo do ciclo de vida

Vamos agora limitar a possibilidade fornecer trabalho a apenas durante um período limitado (entre os 25 anos de idade e os 60 anos de idade).

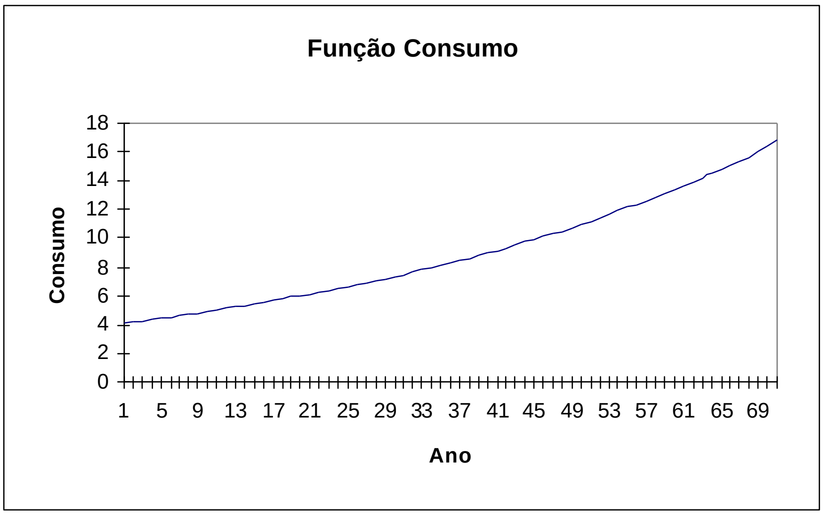


Fig. 47- Função consumo ao longo do ciclo de vida

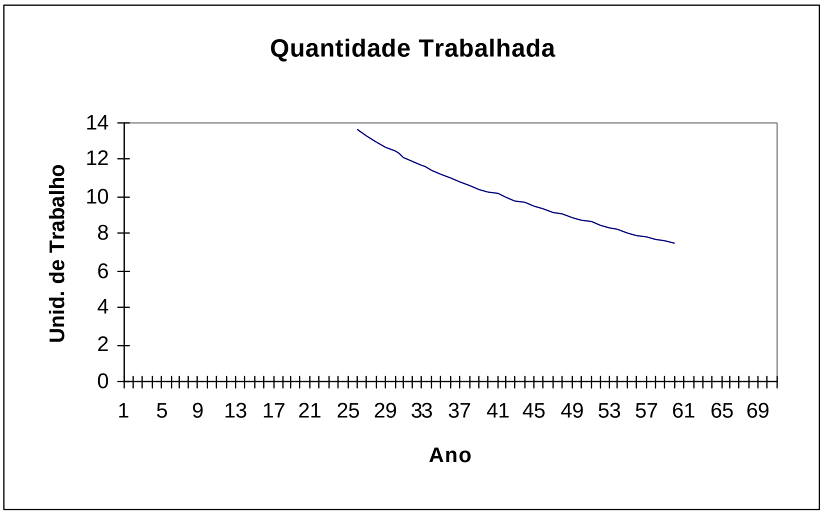


Fig. 48- Quantidade de trabalho fornecida ao longo do ciclo de vida

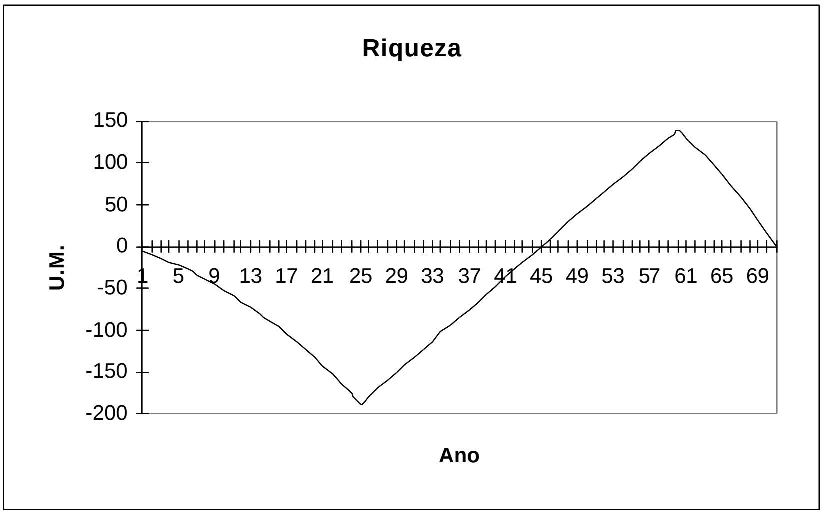


Fig. 49 - Evolução da riqueza ao longo do ciclo de vida

9. Conclusão

Quisemos analisar a possibilidade da construção de modelos económicos dinâmicos que tivessem tanto em conta a parte real como a monetária, com fundamentação microeconómica.

No modelo que derivamos o facto do agente ser maximizador foi suficiente para que a solução viesse de acordo com os factos estilizados aceites. Passamos a referir os mais importantes:

- o agente aumenta a oferta de trabalho para um aumento do rendimento unitário do trabalho;
- observa-se quer um efeito rendimento quer um efeito substituição sobre o consumo quando existe um choque exógeno que altera o preço relativo do consumo e do lazer;
- o antecipar choques exógenos faz o agente constituir um stock para regularizar o consumo e trabalhar mais nos períodos em que o rendimento unitário é mais elevado, permitindo ficar numa situação melhor do que quando os choques não são antecipados;
- quanto à poupança, se a elasticidade de substituição intertemporal do consumo for inferior à taxa de juro existe poupança positiva e no caso contrário contrai dívidas, sendo a taxa de poupança proporcional à diferença entre a taxa de juro e a elasticidade de substituição intertemporal do consumo;
- em concorrência perfeita, o nível de bem estar social é superior ao dos casos que afastam desta situação;
- quanto maior a quota de mercado de um proprietário maior é o seu lucro que é mais que proporcional à quota;
- quando aumenta a concentração diminuem o nível de actividade, o emprego, a produção e o consumo;
- existência de rigidez salarial piora o nível de bem estar social (medido em termos de utilidade média);
- os choques exógenos serem antecipados permite o igualizar do salário em todos os períodos (com função de utilidade em termos de quantidade de trabalho);
- nem sempre se encontra associado a um aumento do nível de produto um aumento da utilidade média;

- não basta o mercado ser concentrado. É também necessário que os proprietários possuam informação que permita tirar partido disso;

- um choque nominal tem apenas efeitos nominais no longo prazo mas tem também efeitos reais ligeiros no curto prazo;

- um choque real tem efeitos fortes nas variáveis reais que, no entanto, apenas duram enquanto dura o choque. Os efeitos sobre as variáveis nominais são mais ténues, mas prolongam-se mais no tempo. No longo prazo não existem nem efeitos reais, nem nominais;

- uma alteração de expectativas tem efeitos reais e nominais assemelha-se a um choque real. No entanto, enquanto a utilidade aumenta no caso de existência de um choque real positivo (diminuição se o choque for negativo) já no caso da alteração de expectativas observa-se sempre uma diminuição desde que o agente esteja enganado, independentemente de tal erro induzir um aumento do produto ou uma diminuição;

- a inflação é induzida pelo crescimento do stock de moeda e no longo prazo a taxa de inflação é igual à taxa de variação do stock de moeda.

O nosso trabalho não é directamente comparável com o de Kydland & Prescott (1982) porque esses autores dão grande importância ao investimento, que por nós não foi analisado.

As funções de comportamento derivadas no nosso trabalho aproximam-se bastante das encontradas em Long & Plosser (1983), apesar de não considerarem variáveis nominais.

Quer Kydland & Prescott (1982) quer Long & Plosser (1983), fazem o estudo das correlações entre as diversas variáveis estudadas, e a validação empírica, em termos quantitativos, do modelo por comparação com séries económicas norte-americanas, o que nós não nos propusemos realizar.

Os aspectos que não foram suficientemente tratados na nossa análise e que será importante explorar mais profundamente em trabalhos futuros foram os seguintes:

- a interacção entre os agentes;

- a aprendizagem por parte de um indivíduo de regras a partir do seu comportamento passado e do dos outros indivíduos;

- a formação das expectativas pelos agentes e a sua endogeneização;

- as expectativas como um controlo em *feedforward*;

- a estimação dos parâmetros do modelo por calibragem;

- a criação de uma escala temporal;

- a criação de um modelo de transmissão da informação através do mecanismo de mercado;

- a introdução no circuito económico de mais agentes;

- a abertura a "outras economias", com maior ou menor mobilidade dos factores;

- a introdução de vários produtos e de gostos estocásticos;

- a experimentação de outros algoritmos numéricos;

- estudo das condições de estabilidade do modelo e da a reacção a vários choques sob vários valores para os modelos de controlo dos preços e salários de forma a ver até que ponto o modelo responde com aderência à realidade.

Referências Bibliográficas

Barro, Robert J. (1994). *Macroeconomics*. John Wiley & Sons, Inc..

Baumol, William J. (1951). *Economic Dynamics*.The MacMillian Company.

Hamberg, D. (1951). *Business Cycles*. The MacMillian Company.

Hubbard, R. Glenn e Skinner, Jonathan e Zeldes, Stephen P. (1994). “Expanding the Life-Cycle Model: Precautionary Saving and Public Policy”. *American Economic Review*, Vol. 84 Nº 2 (May), pp. 174-9.

King, Robert G. e Plosser, Charles I. (1994). “Money, Credit and Prices in a Real Business Cycle”. *American Economic Review* (June), pp. 363-80.

Kuznets, Simon. *Economic Change - Selected Essays..*. (1954). William Heinemann Ltd, London.

Kydland, Finn E. e Prescott, Edward C. (1982). “Time to build and aggregate fluctuations”. *Econometrica* 50 , pp. 1345-70.

Lekachman, Robert. (1960). *Histoire des Doctrines Économiques - De l'antiquité a nos jours*. Bibliothéque Économique, Payot. Paris.

Long Junior, John B. e Plosser, Charles I. (1983). “Real Business Cycles”. *Journal of Political Economy*, 1983, Vol. 91, no. 1, pp. 39-69.

Lucas, Robert E. (1972). “Expectations and the Neutrality of Money”. *Journal of Economic Theory* 4 (April), pp. 103-24.

Lucas, Robert E. (1987). *Models of Business Cycles*. Yrjö Jahnsson Lectures, Basil Blackwell Ltd, Oxford, UK.

Neghishi, Talashi (1961). “On the Formation of Prices”. *International Economic Review*, Vol. 2, Nº 1 (January), pp. 122-26.

Schumpeter, Joseph A. (1939). *Business Cycles, A Theoretical, Historical, and Statistical Analisis of the Capitalist Process*, Volume I. McGraw-Hill Book Company, Inc., 6ª ed.

Stokey, Nancy L., Robert E. Lucas e Edward C. Prescott (1989). *Recursive Methods in Economic Dynamics*. Harvard University Press.

Vercelli, Alexandro e Dimitri, Nicola (1992). *Macroeconomics - A Survey of Research Strategies*. Oxford University Press.