OLIGOPÓLIO

A questão essencial dos modelos de oligopólio é a da interacção estratégica.

MODELO DE COURNOT

No modelo de Cournot, as empresas decidem a quantidade a produzir assumindo como fixas as quantidades produzidas pelas outras empresas.

É um modelo de empresas seguidoras (ou reactivas) nas quantidades.

Modelo de Cournot com produtos homogéneos, procura linear e custos marginais iguais e constantes

$$p(Q) = p(q_A + q_B) = a - bQ = a - bq_A - bq_B$$

$$CMg_A = CMg_B = c \Rightarrow CT(q_A) = c \cdot q_A$$

* Problema da maximização do lucro da empresa A:

$$\max_{q_A} \{ p(q_A + q_B) \cdot q_A - c \cdot q_A \}$$

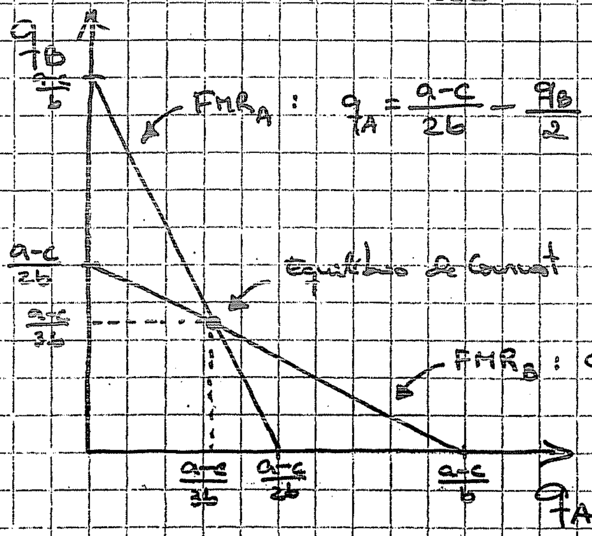
CPO: $p'(q_A + q_B) \cdot q_A + p(q_A + q_B) - c = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -b \cdot q_A + a - bq_A - b \cdot q_B - c = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow q_A = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_B}{2}$$ (Função Melhor Resposta da empresa A)

De forma equivalente, podemos determinar a FMR da empresa B:

$$q_B = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_A}{2}$$



$$\begin{cases} q_A^* = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{q_B^*}{2} \\[2ex] q_B^* = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{q_A^*}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_A^* = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{a-c}{4b} + \dfrac{q_A^*}{4} \\[2ex] \underline{\qquad\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{4} q_A^* = \dfrac{a-c}{4b} \\[2ex] \underline{\qquad\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_A^* = \dfrac{a-c}{3b} \\[2ex] q_B^* = \dfrac{a-c}{3b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q^* = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{a-c}{b} \\[2ex] p^* = \dfrac{a+2c}{3} \end{cases}$$

$$p = a - \cancel{b} \cdot \frac{2}{3} \frac{a-c}{\cancel{b}} = a - \frac{2}{3}a + \frac{2}{3}c = \frac{a+2c}{3}$$

$$LT^* = (p^* - c) \cdot q^* = \frac{a-c}{3} \cdot \frac{a-c}{3b} = \frac{(a-c)^2}{9b} \quad \text{(lucro de 1 empresa)}$$

Comparação com Monopólio:

$$RMg = a - 2b \cdot Q$$

$$RMg = CMg \Rightarrow a - 2bQ = c \Leftrightarrow Q_M = \frac{a-c}{2b}$$

$$p_M = a - b \cdot Q = a - \frac{a-c}{2} = \frac{a+c}{2}$$

$$LT_M = (p_M - c) \cdot Q_M = \frac{a-c}{2} \cdot \frac{a-c}{2b} = \frac{(a-c)^2}{4b}$$

Comparação com Concorrência Perfeita:

$$p_c = c \Rightarrow c = a - b \cdot Q_c \Leftrightarrow Q_c = \frac{a-c}{b}$$

$$LT_c = (p_c - c) \cdot Q_c = 0$$ (para a indústria como um todo, e para cada empresa individual)

Resumo:

	Monopólio		Duopólio Cournot		Concorrência Perfeita
q^*	$\frac{1}{2}\frac{a-c}{b}$	$>$	$\frac{1}{3}\frac{a-c}{b}$	$>$	(?) $\emptyset$
Q^*	$\frac{1}{2}\frac{a-c}{b}$	$<$	$\frac{2}{3}\frac{a-c}{b}$	$<$	$\frac{a-c}{b}$
p^*	$\frac{a+c}{2}$	$>$	$\frac{a+2c}{3}$	$>$	c
LT_i	$\frac{1}{4}\frac{(a-c)^2}{b}$	$>$	$\frac{1}{9}\frac{(a-c)^2}{b}$	$>$	$\emptyset$
LT_{TOTAL}	$\frac{1}{4}\frac{(a-c)^2}{b}$	$>$	$\frac{2}{9}\frac{(a-c)^2}{b}$	$>$	$\emptyset$

|| Modelo de Cournot com 3 empresas, usando as mesmas hipóteses simplificativas

Problema de maximização do lucro da empresa A:

$$\max_{q_A} \{ p(q_A + q_B + q_C) \cdot q_A - c \cdot q_A \}$$

CPO: $p'(q_A + q_B + q_C) \cdot q_A + p(q_A + q_B + q_C) - c = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow q_A = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_B + q_C}{2} \quad (FMR_A)$$

Resolvendo os problemas das empresas B e C obtemos condições em tudo semelhantes.

Determinação do equilíbrio de Cournot:

$$\begin{cases} q_A = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{q_B+q_C}{2} \\ q_B = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{q_A+q_C}{2} \\ q_C = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{q_A+q_B}{2} \end{cases}$$

Como as empresas são iguais, vamos obter uma solução simétrica, isto é, $q_A^* = q_B^* = q_C^* = q^*$.

Para saber o resultado, basta resolver:

$$q^* = \frac{a-c}{2b} - \frac{2q^*}{2} \iff 2q^* = \frac{a-c}{2b} \iff q^* = \frac{a-c}{4b}$$

$$\Rightarrow Q^* = \frac{3}{4} \cdot \frac{a-c}{b}$$

$$\Rightarrow p^* = a - \cancel{b} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{a-c}{\cancel{b}} = \frac{a}{4} + \frac{3c}{4} = \frac{a+3c}{4}$$

$$\Rightarrow LT^* = (p^*-c) \cdot q^* = \frac{a-c}{4} \cdot \frac{a-c}{4b} = \frac{1}{16} \cdot \frac{(a-c)^2}{b}$$

$$\Rightarrow LT^*_{TOTAL} = n \cdot LT^* = \frac{3}{16} \cdot \frac{(a-c)^2}{b}$$

Com n empresas, teríamos obtido:

$$\begin{cases} q^* = \dfrac{1}{n+1} \cdot \dfrac{a-c}{b} \\ Q^* = \dfrac{n}{n+1} \cdot \dfrac{a-c}{b} \\ p^* = \dfrac{a+n \cdot c}{n+1} \\ LT^* = \dfrac{1}{n+1} \cdot \dfrac{(a-c)^2}{b} \\ LT^*_{TOTAL} = \dfrac{n}{(n+1)^2} \cdot \dfrac{(a-c)^2}{b} \end{cases}$$

Com $n=1$ temos monopólio

Com $n=2$ temos duopólio Cournot

Com $n \to +\infty$ temos conc. perfeita

(Fica como exercício a verificação destes resultados)

DUOPÓLIO DE EMPRESAS REACTIVAS NAS QUANTIDADES

Em geral, o problema da maximização do lucro de uma empresa num duopólio expressa-se por:

$$\max_{q_A} \{ LT_A(q_A, q_B) \} =$$

$$= \max_{q_A} \{ p_A(q_A, q_B) \cdot q_A - CT_A(q_A) \}$$

procura da empresa A dado que a empresa B vende q_B

Sendo os produtos homogéneos, a procura do mercado é pelo produto homogéneo, $Q = q_A + q_B$, que será vendido ao mesmo preço, independentemente da empresa que o produz.

O problema da maximização fica:

$$\max_{q_A} \{ p(q_A + \underbrace{q_B(q_A)}_{\substack{\text{Função Resposta} \\ \text{da empresa B} \\ \text{(é uma conjectura)}}}) \cdot q_A - CT_A(q_A) \}$$

CPO:

$$p'(q_A + q_B(q_A)) \cdot \Big(1 + \underbrace{\frac{dq_B}{dq_A}}_{\substack{\text{variação} \\ \text{conjectural}}}\Big) \cdot q_A + p(q_A + q_B(q_A)) - CMg_A(q_A) = 0$$

A variação conjectural consiste na reacção da outra empresa ao aumento das vendas da empresa considerada (é uma conjectura).

No modelo de Cournot, as empresas tomam a decisão da outra como um dado. A empresa A assume que $q_B = c^{te}$, e, logo, que $\frac{dq_B}{dq_A} = 0$ (variação conjectural nula).

O problema de maximização e a CPO ficam:

$$\max_{q_A} \{ p(q_A+q_B) \cdot q_A - CT_A(q_A) \} = 0$$

CPO: $p'(q_A+q_B) \cdot q_A + p(q_A+q_B) - CMg_A(q_A) = 0$

É interessante recuperar o índice de Lerner e avaliá-lo neste caso.

$$L = \frac{p(Q) - CMg_A(q_A)}{p(Q)}$$

CPO: $p'(Q) \cdot q_A + p(Q) - CMg_A(q_A) = 0 \quad \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{p(Q) - CMg_A(q_A)}{p(Q)} = \frac{-p'(Q)}{p(Q)} \cdot q_A$$

$$\Rightarrow L = \frac{p(Q) - CMg_A(q_A)}{p(Q)} = -\frac{dp}{dQ} \cdot \frac{Q}{p(Q)} \cdot \frac{q_A}{Q} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L = -\frac{\frac{dp}{dQ}}{\frac{p}{Q}} \cdot \frac{q_A}{Q} = \frac{1}{|E_p|} \cdot s_A$$

← quota de mercado

O índice de Lerner de poder de mercado é igual ao índice de monopólio $\left(\frac{1}{|E_p|}\right)$ multiplicado pela quota de mercado.

No caso do monopólio, $s = 1 \Rightarrow L = \frac{1}{|E_p|}$.

No caso da concorrência perfeita, $s = 0 \Rightarrow L = 0$.

Considera-se agora a procura linear dada por:

$$p = a - b \cdot Q$$

E custos marginais constantes, mas diferentes:

CMg_A (= constante) ; CMg_B (= constante).

$$CPO_A: \quad p'(Q) \cdot q_A + p(Q) - CMg_A = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -b \cdot q_A + a - b q_A - b \cdot q_B - CMg_A = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow +2b \cdot q_A = a - CMg_A - b \cdot q_B \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow q_A = \frac{a - CMg_A}{2b} - \frac{q_B}{2}$$

$$CPO_B: \ldots \Rightarrow q_B = \frac{a - CMg_B}{2b} - \frac{q_A}{2}$$

Equilíbrio de Cournot:

$$\begin{cases} q_A = \dfrac{a - CMg_A}{2b} - \dfrac{q_B}{2} \\ q_B = \dfrac{a - CMg_B}{2b} - \dfrac{q_A}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_A = \dfrac{a - CMg_A}{2b} - \dfrac{a - CMg_B}{4b} + \dfrac{q_A}{4} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{4} q_A = \dfrac{a}{4b} - \dfrac{CMg_A}{2b} + \dfrac{CMg_B}{4b} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_A = \dfrac{a - CMg_A}{3b} + \dfrac{CMg_B - CMg_A}{3b} \\ q_B = \dfrac{a - CMg_B}{3b} + \dfrac{CMg_A - CMg_B}{3b} \end{cases}$$

$$Q = \frac{a - CMg_A}{3b} + \frac{a - CMg_B}{3b} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a - \frac{CMg_A + CMg_B}{2}}{b}$$

$$p = a - \frac{2}{3}\left(a - \frac{CMg_A + CMg_B}{2}\right) = \frac{a}{3} + \frac{CMg_A + CMg_B}{3} = \frac{a + CMg_A + CMg_B}{3}$$