A função de produção de período curto da empresa "ABC" pode ser representada por $Q = \sqrt{\overline{K}L}$, em que Q representa a quantidade de produto, $\overline{K}$ a quantidade de factor fixo (ou parâmetro definidor da dimensão da empresa) e L a quantidade de factor variável. O preço do factor fixo é 4 unidades monetárias e o do factor variável de 1 unidade monetária.

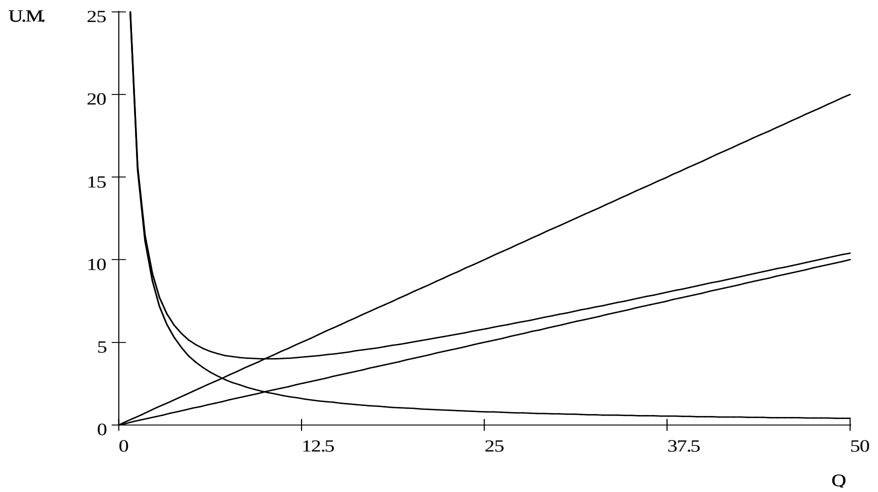
I - Determine a expressão da família de curvas de custo de período curto *[* $CT\left(Q, \overline{K}\right)$ *]*.

R: $CT = \frac{Q^2}{\overline{K}} + 4\overline{K}$.

II a) - Sabe-se que, em período curto, a empresa ABC utiliza uma quantidade de factor fixo representada por $\overline{K} = 5$.

a.1) Represente graficamente as funções Custo Variável Médio, Custo Total Médio, Custo Fixo Médio e Custo Marginal.

R: $CT = \frac{Q^2}{5} + 20;\ CTM = \frac{Q}{5} + \frac{20}{Q}; CVM = \frac{Q}{5};\ CFM = \frac{20}{Q}; CMG = \frac{2Q}{5}$



a.2) Relacione, genericamente e para este caso específico, o comportamento das funções Custo Variável Médio e Custo Marginal com as funções Produtividade Média do Factor Variável e Produtividade Marginal, respectivamente.

R: Genericamente, com preços dos factores constantes, a fase crescente da PmdL está associada à fase decrescente do CVM, o máximo da PmdL ao mínimo do CVM, e a fase decrescente da PmdL à fase crescente do CVM. A Pmg tem também um comportamento inverso ao do Cmg.

Neste caso específico, o CVM e Cmg são sempre crescentes e lineares, pelo que a Pmd e Pmg são sempre decrescentes e lineares.

a.3) Se a empresa estiver a produzir 9 unidades do produto, a dimensão utilizada será a mais adequada? Justifique.

R: A dimensão adequada para produzir um dado volume de produção determina-se da seguinte forma:

$$\min_K \quad CT\left(K,\overline{Q}\right) \Leftrightarrow \frac{\partial\left(\frac{Q^2}{\overline{K}}+4\overline{K}\right)}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow -\frac{Q^2}{\overline{K}^2}+4=0 \Leftrightarrow K = 0.5Q$$

Para produzir Q=9, a dimensão adequada seria K $= 4.5$.

b) Considere o período longo como horizonte temporal de análise.

b.1) Determine as Funções Custo Total, Custo Médio e Custo Marginal de Período Longo.

R: 1ª via:

$$\begin{cases} Q=\sqrt{K*L} \\ CT = L+4K \\ \frac{K}{L}=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ L=4K \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q=2K \\ CT=8K \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} . \\ CT=4Q \\ - \end{cases}$$

2ª via:

$$\frac{\partial\left(\frac{Q^2}{\overline{K}}+4\overline{K}\right)}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow K = 0.5Q \Rightarrow CT = \frac{Q^2}{\overline{K}}+4\overline{K} \Leftrightarrow CT = \frac{Q^2}{0.5Q}+4*0.5Q = 4Q \ .$$

b.2) Relacione o tipo de funções obtidas na alínea c.1 com o tipo de rendimentos à escala exibidos pela função de produção.

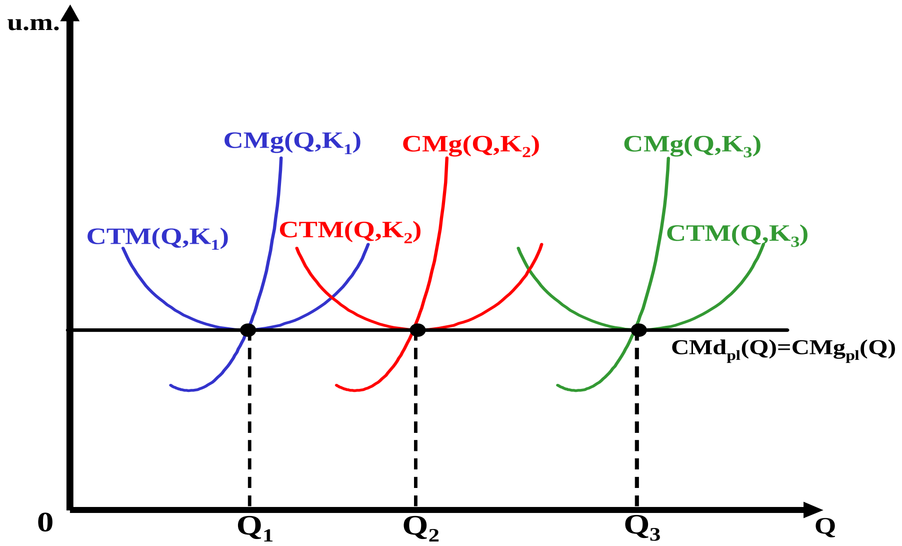
R: Rendimentos constantes à escala implicam custos totais de período longo a crescer a ritmos constantes, pelo que o Cmd e Cmg de período longo são constantes (e idênticos).

b.3) Escolha três parâmetros definidores da dimensão da empresa.

b.3.1) Determine os três volumes de produção típicos associados a cada um desses parâmetros.

R: Basta que respeite a relação $K = 0.5Q$.

b.3.2) Proceda à representação gráfica das funções custo médio e custo marginal de período longo, assim como das três funções custo total médio e custo marginal de período curto.



b.3.3) Defina o conceito "dimensão óptima mínima". No caso da empresa "ABC", será que existe uma e só uma dimensão óptima mínima? Justifique.

A "dimensão óptima" corresponde à quantidade de factor fixo adequada à produção do volume de produção associado ao menor custo unitário de período longo. Neste caso, qualquer volume de produção típico permite produzir ao menor custo médio possível, pelo que está associado à dimensão óptima. Qualquer dimensão é óptima.